

京都大学工学部 正員 茂野 敏之  
 京都大学大学院 学生員 五道 仁実  
 京都大学工学部 正員 岩垣 雄一

1. 緒言 最近のL.D.V.をはじめとする計測技術の進歩や、大水深の造波水槽の出現により、いままで未解明であった乱流境界層の特性が明らかにされる期待は現実のものになりつつある。乱流境界層の取扱いは、乱流輸送方程式に基づく研究(林・篠田; 1979, 水講)もあるが、渦動粘性係数を用いる取扱いは解析的な表現が得られる点に長所がある。しかし渦動粘性係数は層流の場合の動粘性係数のように水の物性に基づくものではなく、便宜的に導入されたものにすぎないため、研究者によってその仮定の仕方は様々である。そのために研究者による結果の相違が、渦動粘性の大きさによるのか、分布形によるのかは明確には整理されていない。

本研究は渦動粘性係数の大きさと水深方向の分布を区別して考察するとともに、実験データとの比較・検討を行ったものである。また渦動粘性は波の位相によっても変動すると考えられるが、著者の知る限りではこれを考慮した研究は全く見当たらない。そこで本研究では渦動粘性の位相変化を考慮した場合についても若干の検討を行う。

## 2. 渦動粘性の大きさを变化させたモデル

ここでは従来の渦動粘性係数 $N(z)$ の仮定にパラメータ $\alpha$ を乗じたものを考える。

$$N(z) = \alpha k u_* z \quad \dots (1)$$

ここに $k$ はカルマン定数、 $u_*$ は摩擦速度、 $z$ は底面からの距離である。波動乱流境界層においては、位相とともに乱流-層流-乱流の状態をくり返すことが考えられるので、渦動粘性の大きさは定常流のそれより減少するとして、1より小さい $\alpha$ を導入した。解くべき境界層方程式は次式である。

$$\frac{\partial u_d}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha k u_* z \frac{\partial u_d}{\partial z} \right) \quad \dots (2)$$

ここに $u_d$ は変位速度である。この方程式を茂野・岡本・岩垣(1983, 海講)が示した手法によって解いた。

図-1に位相0および $\pi$ における計算結果を示す。図中にはBakker-van Doorn(1978, I.C.C.E.)による実験値がプロットしてある。ここでは、粗度高さを1.2mmとして計算を行った。位相0における実験値は $z$ が約5mmから20mmの範囲で外縁流速より大きくふるくみ(以後これをover-shootingと呼ぶ)、 $\alpha=1$ とした従来の渦動粘性

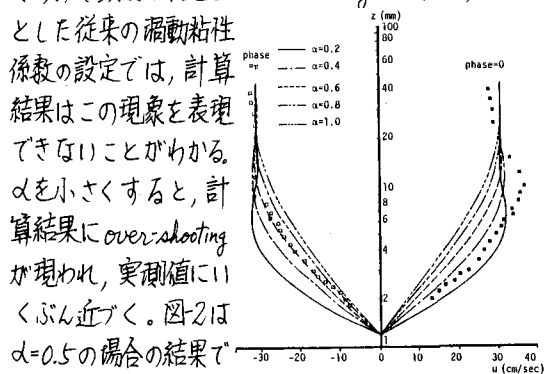


図-1  $\alpha$ による境界層内水粒子速度の変化

係数の設定では、計算結果はこの現象を表現できないことがわかる。 $\alpha$ を小さくすると、計算結果にover-shootingが現われ、実験値にいくぶん近づく。図-2は $\alpha=0.5$ の場合の結果であり、位相 $\pi$ において図-1  $\alpha$ による境界層内水粒子速度の変化

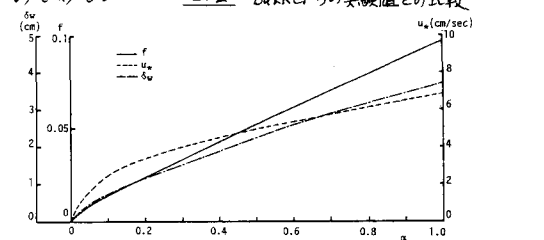


図-2  $\alpha=0.5$ の場合の計算値とBakkerらの実験値との比較

図-3  $\alpha$ による境界層の永理特性量の変化

### 3. 渦動粘性の分布を変化させたモデル

波動場の層流境界層解は速度分布に over-shooting が現れること、 $z$  に比例する渦動粘性係数を用いた場合には over-shooting が顕著でないことを考えると、渦動粘性の分布形として  $z$  の 0 乗から 1 乗の間に実験値を説明するものがあるのではないかと考えた。また林ら(1976, 海講)の乱流輸送モデルによる計算結果から渦動粘性係数を逆算すると位相平均して  $(z/D)^{0.68}$  ( $D$ : 管径の 1/2) に比例する事実が得られたことを考慮して、次式の形の渦動粘性係数について考察する。

$$N(z) = \frac{K U_*^2}{\sigma} \left( \frac{z}{U_* / \sigma} \right)^n \quad \dots (3)$$

ここに  $\sigma$  は周波数、 $n$  は  $0 < n < 1$  の値をとるパラメータである。図4に  $n$  を変化させた場合の計算結果を示す。 $n$  の減少とともに over-shooting 現象が現れることがわかる。

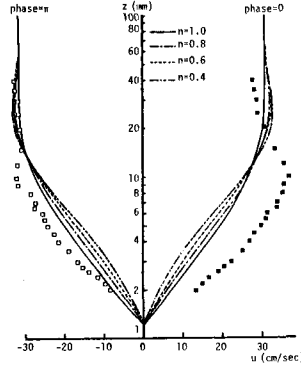


図-4  $n$  による境界層内水粒子速度の変化

### 4. 渦動粘性の位相変化を考慮したモデル

波動運動下においては、境界層内で乱流・層流状態が交互に現れると考えて、ここでは渦動粘性係数に周期変動性を考慮した取扱いを行う。すなわち、従来の時間に不変な渦動粘性に、波動の  $n$  倍 ( $n$ ; 正整数) の周波数を持ち、位相差  $\varepsilon$  を有する変動が加わった次式を仮定する。

$$N(z) = K U_* z \{ 1 + a \exp(in\sigma t + i\varepsilon) \} \quad \dots (4)$$

そのときの無次元化された境界層方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \bar{z} \{ 1 + a \exp(in\bar{x} + i\varepsilon) \} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right] \quad \dots (5)$$

ここに、 $\bar{u} = u/U$  ( $U$ : 境界層外縁の水粒子速度振幅)

$$\bar{x} = \sigma t, \quad \bar{z} = z\sigma / K U_* \quad \dots (6)$$

である。 $a$  を微小量として  $\bar{u}$  の摂動解を求める。すなわち、

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + a \bar{u}_2 + a^2 \bar{u}_3 + \dots \quad \dots (7)$$

を(5)式に代入して  $a$  の次数で整理すると、 $a$  の 0 次および 1 次の項から次式の関係式が得られる。

$$a^0: \quad \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \bar{z} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{z}} \right] \quad \dots (8)$$

$$a^1: \quad \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left[ \bar{z} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{z}} \exp(in\bar{x} + i\varepsilon) + \bar{z} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{z}} \right] \quad \dots (9)$$

$$\text{ここで, } \bar{z} = 2 \exp(-i\pi/4) \sqrt{\bar{z}} \quad \dots (10)$$

と変数変換すれば、(8)、(9)式はそれぞれ齊次、非齊次のバッセルの微分方程式となる。最終的に境界層内の水粒子速度として次式が得られる。

$$u = \text{Real} \left[ U \exp i\sigma t + v_1 \exp i\sigma t + \frac{a}{n} v_2 \exp \{ i(n+1)\sigma t + i\varepsilon \} \right] \quad \dots (11)$$

ここで、

$$v_1 = - \frac{N_1(\bar{z}_h) J_0(\bar{z}) - J_1(\bar{z}_h) N_0(\bar{z})}{N_1(\bar{z}_h) J_0(\bar{z}_0) - J_1(\bar{z}_h) N_0(\bar{z}_0)} \quad \dots (12)$$

$$v_2 = \left\{ \frac{N_1(\sqrt{n+1} \bar{z}_h) J_0(\sqrt{n+1} \bar{z}) - J_1(\sqrt{n+1} \bar{z}_h) N_0(\sqrt{n+1} \bar{z})}{N_1(\sqrt{n+1} \bar{z}_h) J_0(\sqrt{n+1} \bar{z}_0) - J_1(\sqrt{n+1} \bar{z}_h) N_0(\sqrt{n+1} \bar{z}_0)} - \frac{N_1(\bar{z}_h) J_0(\bar{z}) - J_1(\bar{z}_h) N_0(\bar{z})}{N_1(\bar{z}_h) J_0(\bar{z}_0) - J_1(\bar{z}_h) N_0(\bar{z}_0)} \right\} \quad \dots (13)$$

$$\text{ただし, } \bar{z}_0 = 2e^{-i\pi/4} \sqrt{\bar{z}_0}, \quad \bar{z}_h = 2e^{-i\pi/4} \sqrt{\bar{z}_h} \quad \dots (14)$$

ここで  $\bar{z}_0$ ,  $\bar{z}_h$  は相対高さ  $z_0$ , 境界層外縁位置  $z_h$  に対して(6)式から定まる無次元量である。また  $J_0$ ,  $J_1$  はバッセル関数、 $N_0$ ,  $N_1$  はノイマン関数である。日野・沢本ら(1975, 土木学論文集)は円管内振動流において乱流は減速期で形成されると報告していることを考慮すると(5)式の  $n$  は 2 とする必要がある。その場合には(11)式より水粒子速度に主流の 3 倍周波数成分が重なることになる。

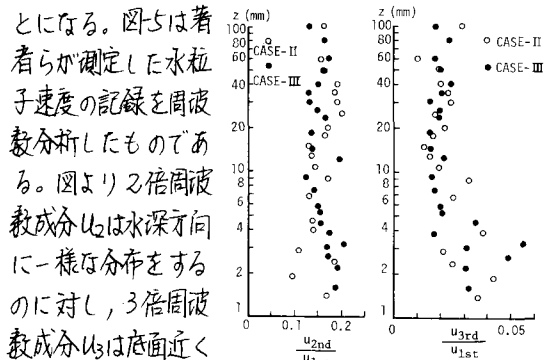


図-5 水粒子速度の実測値の 2 倍および 3 倍周波数成分の鉛直分布

の位相変化と平均流速の関係については、今後さらに検討する必要がある。

5. 結言 以上、渦動粘性係数の大きさ、分布および位相変化による、境界層内水粒子速度の特性を個々に調べたが、実験値を表現するためには、これらを組合せた形のモデルの検討が必要であらう。最後に貴重な御助言を頂いた鳥取大学工学部野田英明教授に感謝の意を表するとともに、本研究が文部省科学研究費(一般研究(A)、奨励研究(A))の補助を受けたことと記し、謝意を表す。