II-117 有限振幅波の二次元変形解を用いた屈折と Wave set down について

北海道大学工学部 正員 ○浜中建一郎
千葉県庁 増田亨

1. まえがき

著者等はこれまでに、水深変化に伴う有限振幅波の浅水一次元変形[1]及び二次元変形[2]に対する摂動解を示してきたが、今回は、得られた二次元変形に対する3摂動解を用いて、平行等深線を持つ海域での波の屈折と Wave set down の計算を行ったので報告する。

2. 摂動展開の概要と各オーダでの解の特徴

通常の波動理論で用いられる、速度ポテンシャルに対する基礎方程式に対し、次の無次元化を行う。

$$(x,y,z)=(\delta\hat{x},\delta\hat{y},\hat{z})\hat{\omega}^2/\hat{g}, \quad t=\hat{\omega}\hat{t}$$

ここで、ωは角周波数、gは重力加速度、δは水平方向の圧縮パラメータ、記号^は有次元量を表わす。さらに波数kの摂動展開も同時に行うため、次の座標変換を行う。

$$(x,y,z,t)\longmapsto(x,y,z,\xi), \quad \xi=\delta^{-1}\int k\cdot dx, \quad \mathbf{x}=(x,y)$$

次に、有限振幅性を表わすεと変形性を表わすδで摂動展開し、低次のオーダから順次解いてゆく。以下、各オーダでの解の特徴を述べる。

εのオーダ：微小振幅波の波動解と分散関係式が得られる。

$$(1)\quad \begin{cases} \phi^{(1,0)}=-i\dfrac{a}{2}\cosh\gamma(z+h)\,e^{i\xi}+c.c. & \gamma\tanh\gamma h=1 \\ \eta^{(1,0)}=\dfrac{a}{2}\cosh\gamma h\,e^{i\xi}+c.c. & \text{ただし } \gamma\equiv k^{(0,0)} \end{cases}$$

以下、振動解は消略して特徴だけを述べる。

$\varepsilon\delta$のオーダ：(1)の解の振幅aに対するエネルギー保存則が得られる。

$$(2)\qquad \nabla\cdot\{\gamma a^2(\sinh\gamma h+h)\}=0$$

$\varepsilon\delta^2$のオーダ：水深の変化率による波数の補正項$k02\equiv k^{(0,2)}$が得られる。

ε^2のオーダ：平均水位の変化(Wave set down)が得られる。これは、水平底の場合ではベルヌーイ定数となる定常項が、この場合には場所的に変化するため、ηの定常項となったものである。

$\varepsilon^2\delta$のオーダ：波の非線化を促す項が得られる。

ε^3のオーダ：3倍周期の解の他に基本周期の解が自然に得られる。又有限振幅性と Wave set down による波数の補正項k20が求まる。

3. 平行等深線上の屈折と Wave set down の計算例

得られた3次近似解を用いて屈折計算を行うには、Snellの法則を用いた繰返し計算による。すなわち、(1)式の分散関係式から各場所での波速が求まり、Snellの法則から屈折角が求まり、(2)式からaが求まる。得られたaからk02, k20が求まり新たな波速が求まり、以下同様な繰返し計算により、収束値として屈折角や振幅等が求まる。

図中、A00は沖での微小振幅波の振幅($a\cosh\gamma h$)、H0, L0は沖での

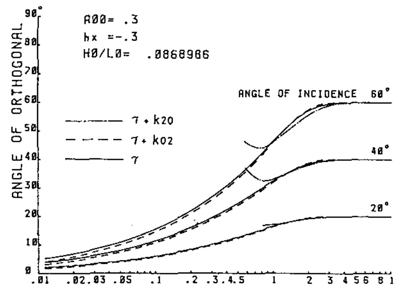

Fig 1

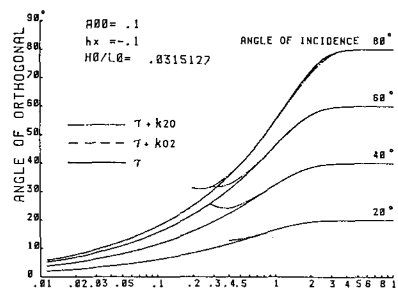

Fig 2

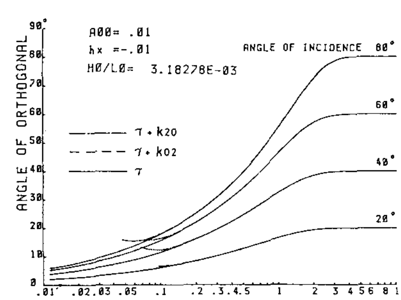

Fig 3

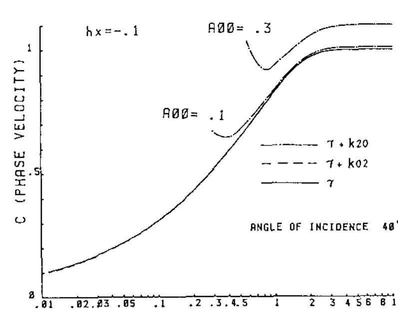

Fig 4

有限振幅波の波高と波長、h, h_x は水深と水底勾配、Q0 は沖での入射角、Q, H は各場所での屈折角と波高を表わす。又、各変量は ω と g で無次元化されている。

Fig1~3は、種々の沖波波高、水底勾配、入射角に対する各水深での屈折角を示す。これから、K02による影響は水底勾配の非常に大きな場合に現われ、通常の屈折問題では考慮する必要のないことが分る。又、有限振幅性による影響は、沖波波高、入射角が共に大きなときと、水深の減少に伴う非線形性の増大時に現われ、他の場所では、微小振幅波によるものとほとんど変らない。しかし、Fig4から明らかな様に、一般に非線形性が小さいということではなく、ただ、波速の比が微小振幅波のそれとあまり変らず、屈折角にに変化が現われないということである。Fig5~6 は波高の変化を表わす。これらも屈折角と同様、水深の減少に伴う非線形性の増大時までは微小振幅波のそれとほとんど変らない。しかし、工学的に問題となるのは、この高次近似解の適用限界であろう。この点を調べるため、変化の現われるあたりでの水面波形（時間波形）を求めたのがFig7である。これによると、非線形解が線形解を離れ始めると共に、波形の前傾化が始まり、徐々に強まって行き、大きく離れたあたりでは、波形は前傾化を促す項により強く歪められている。このことから、この近傍で砕波が起っているか、あるいは充分砕波点に近づいていることが分る。一方、この展開方法では、砕波に近ずくにつれ近似度は悪くなることを考えれば、適用限界は波形が不自然に歪み出す前までと考えるのが妥当であろう。

最後に Fig8 は Wave set down を表わす。これは、Longuet-Higgins 等[3]が導いたものと一致しているが、この展開では変形性を考慮したため、radiation stress の概念を用いずとも、摂動解として自然に求まっている。

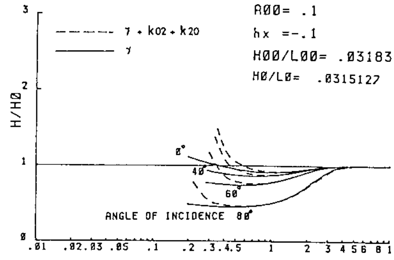

Fig 5

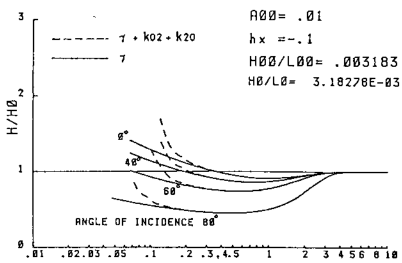

Fig 6

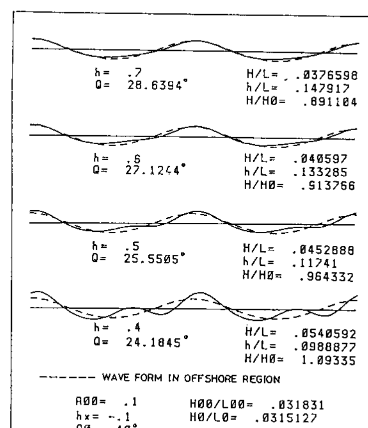

Fig 7

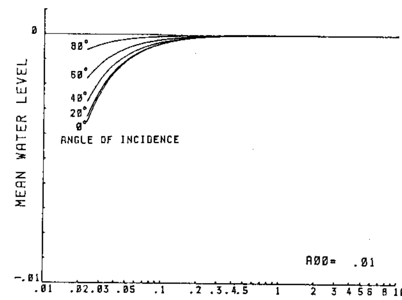

Fig 8

4、結論

平行等深線をもつ海域での通常の屈折問題は、砕波点近傍を除き、微小振幅波によるもので充分であることが分ったが、球面浅瀬や半島尖端部での屈折では有限振幅性を考慮した著者等の方法が有効となるだろうし、水平底の場合でも ε^8 のオーダでの波数の補正項は $2\gamma k^{(92)}a - \Delta a = 0$ で表わされ、波が水平方向に拡がりつつ減衰する場合には有効となろう。又、砕波近傍については、砕波現象をより積極的に考慮した解析が必要となるであろう。

参考文献

1) 浜中建一郎・加藤一之：有限振幅波の浅水変形に対する摂動解，第29回海岸工学講演会論文集，pp 65−69，1982
2) 浜中建一郎・増田亨：規則波の浅水二次元変形について，土木学会道支部論文報告集，40，pp 245−248，1984
3) Longuet-Higgins, M.S. & Stewart, R.W.: Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', J. Fluid Mech. 13, 481, 1962