

琉球大学工学部 正員 筒井茂明

1. 緒 言

外洋における水深急変部での長波のエネルギーの Trapping として陸棚波は周知の通りである。Longuet-Higgins¹⁾は各種の海底断面に対する Trapping の発生条件を調べ、その海底形状への依存性を指摘している。この現象は、大陸棚や海嶺などの周辺ばかりでなく、外洋に点在する島嶼の周辺でも生起すると考えられ、津波の伝播にも重要な影響を及ぼすことが予想される。ここでは、図-1に示すように、円形島が周りをシルで囲まれている場合のシル上での波の Trapping の可能性を示すため、簡単なモデル解析を行い、その特性について述べる。

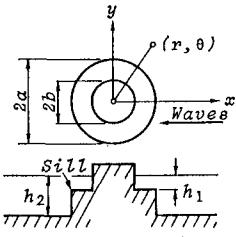


図-1 座標系

2. 理 論

平面 (x, y) における浅海長波の運動を考え、対応する速度成分を (u, v) とする。静水面からの水面変位を $\zeta(x, y, t)$ (t ; 時間) とし、鉛直加速度を重力加速度 g に比べて無視できるものとすれば、線形長波に対する運動方程式は

$$\partial u / \partial t = -\partial(g\zeta) / \partial x, \quad \partial v / \partial t = -\partial(g\zeta) / \partial y \quad (1)$$

で与えられる。連続方程式は、微小振幅の波を考えると、

$$\partial \zeta / \partial t = -\partial(hu) / \partial x - \partial(hv) / \partial y \quad (2)$$

となる。ここに、 h は水深である。両式から u, v を消去し、さらに、水底が水平であるとすれば、 $\zeta = e^{i\omega t}$, (ω ; 角周波数) なる調和振動に対する運動は Helmholtz の式

$$\{\nabla^2 + \omega^2 / (gh)\}\zeta = 0 \quad (3)$$

で表わされる。ここに、 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ である。式(3)の基本解は円筒関数である。

さて、図-1に示すような半径 a のシルに取り囲まれた半径 b の円形島周辺の波の挙動を考える。無限遠点で波高 1 の平面波は、

$$\zeta_{\infty} = e^{i(k_2 x + \sigma t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(k_2 r) e^{i(n\theta + \sigma t)} \quad (4)$$

と表わされる。ここに、 $k_2 = \sigma / \sqrt{gh_2}$, J_n ; Bessel 関数である。円形島周辺の波は、放射条件を見たすように第二種 Hankel 関数 $H_n^{(2)}(z) \equiv H_n(z)$ を用いて、次式で表わすことができる。

$$\zeta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i(n\theta + \sigma t)} \times \begin{cases} A_n J_n(k_1 r) + B_n H_n(k_1 r), & (r < a) \\ i^n J_n(k_2 r) + C_n H_n(k_2 r), & (r > a) \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 $k_1 = \sigma / \sqrt{gh_1}$ である。反射、通過係数を表わす係数 A_n, B_n, C_n は、境界条件

$$\left. \begin{array}{l} \partial \zeta / \partial r = 0 \quad \text{at } r = b \\ \zeta_1 = \zeta_2 \quad \text{at } r = a \\ h_1(\partial \zeta_1 / \partial r) = h_2(\partial \zeta_2 / \partial r) \quad \text{at } r = a \end{array} \right\} \quad (6)$$

により決定され、次式で与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} A_n = -(2i^{n+1}) / (\pi \epsilon z) \cdot (1/\Delta) \\ B_n/A_n = -J_n'(\beta z) / H_n'(\beta z) \equiv \lambda \\ C_n = -i^n [J_n(z)J_n'(\epsilon z) - \epsilon J_n'(z)J_n(\epsilon z)] \\ \quad - \lambda [H_n(z)H_n'(\epsilon z) - \epsilon H_n'(\epsilon z)J_n(\epsilon z)] / \Delta \\ \Delta = J_n(z)H_n'(\epsilon z) - \epsilon J_n'(z)H_n(\epsilon z) \\ \quad - \lambda [H_n(z)H_n'(\epsilon z) - \epsilon H_n'(\epsilon z)H_n(\epsilon z)] \end{array} \right\} \quad (7)$$

ここに、 $k_1 a = z$, $k_2 / k_1 = \sqrt{h_1 / h_2} = \epsilon$, $b/a = \beta$ であり、 ϵ は主変数に関する微分を表わす。定常状態における島周辺での波高分布は、式(5)の絶対値 $K \equiv |\zeta|$ で与えられる。

3. シルを有する円形島周辺での波高分布

図-2は、円形島周辺での等波高線を $a/b=1.5, 5$ の場合について示したもので、波高線間隔が密な部分に $K > 1$ となる波高線が集中している。島の半径とシル上での波長との比 b/L_1 に対する変化がよく現われており、波高はシル上で特に増幅されることがわかる。 $a/b=1.5$ で $b/L_1=0.5$ の場合には島周辺では波高比が 7.2 にも達しているが、 $b/L_1=0.7, 1$ に対して減少し、それぞれ最大波高比 4.7, 2.5 の程度である。したがって、この場合には、 $b/L_1=0.5$ 付近に波の

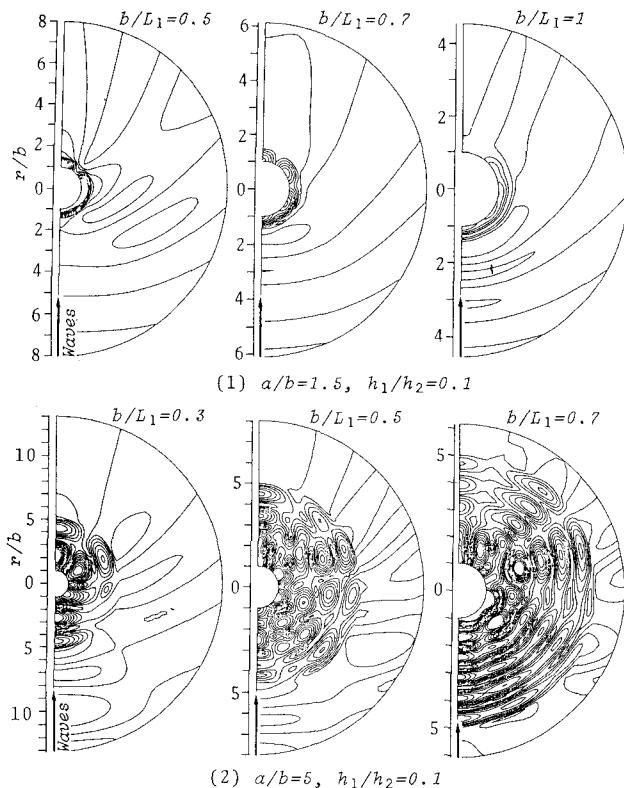


図-2 シルを有する円形島周辺の等波高線

エネルギーが最も Trapされる周波数が存在すると考えられる。また、 $\alpha/b=5$ の場合のようにシルの幅が十分広いときは、波のエネルギーがよく Trapされることがわかる。以上の現象は、シル外縁で内部に屈折する波と、島の汀線で反射され

る波との相互干渉によるものである。

図-3は波高分布の水理実験結果と理論推算値との比較の一例を示すもので、実験条件は、 $\alpha=6\text{m}$, $b=2\text{m}$, $h_1=9\text{cm}$, $h_2=19\text{cm}$ で、入射波の周期および波高はそれぞれ 1.26sec, 2.7cm である。実験値にバラツキが認められるが、両者はほぼ一致し、シル上で極大、極小の発生地点はよく再現されている。ただし、 $\theta=\pi$ の時のシル外縁付近での実験値は理論値の約 1/2 となっている。その原因の一つは、周辺での波の屈折角がその臨界角に近くなるため、波の位相がわずかな実験条件の誤差にも大きく影響されるためである。また、同図 (f) に示されている島の汀線沿いの波高分布では、島の前面 ($0 < \theta < \pi/4$) で実験値が大きくなっているが、 θ の増加に伴う波高の減少はよく示されている。

以上の図からわかるように、注目すべきことは、波が Trapされる場合には、島の前面はもちろん背後においても波のエネルギーが集中し波高が大きく増幅される点であり、津波災害の予知において重要である。ただし、津波のような一過性の波が来襲するときには、そのエネルギーが Trapされるに十分な波の継続時間が無いことも考えられるが、その場合にも、上述のような島周辺での波のエネルギーの Trapping は、非定常な形で発生するであろう。

4. 結 言

円形島の周りがシルで取り囲まれている場合には、シル上で波のエネルギーが Trapされることを実験、理論の両面より示した。ただし、その Trapping mode については、ここでは、式 (5) および (7) からわかるように係数 A_n , B_n , すなわち島のスケール z , β および水深比 ε によって定められる Δ の極大、極小の発生条件と深く関係していることを指摘するにとどめる。

参考文献 1) Longuet-Higgins, M.S.; On the trapping of wave energy round islands, Jour. Fluid Mech., Vol. 29, 1967, pp.781-821.

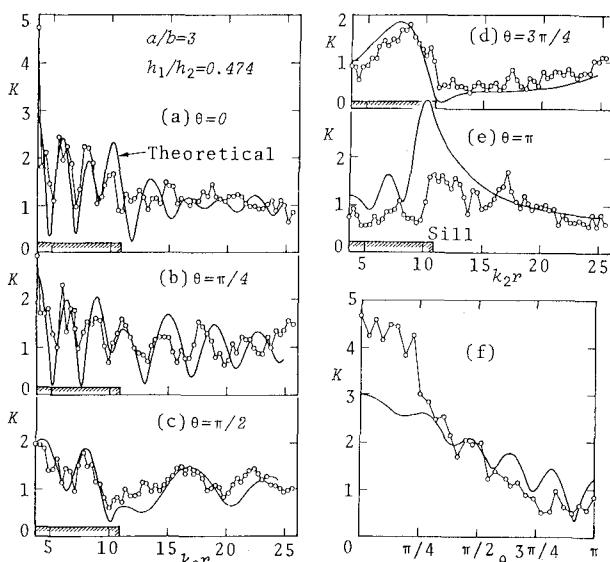


図-3 シルを有する円形島周辺での波高分布