

京都大学 工学部 正員 O田中 仁
東北大学 工学部 正員 首藤伸夫

1. はじめに

波動場に移成される砂建形状については、従来より数多くの優れた研究が行われ、波の条件を与えられれば形状の予測が可能である。しかし、研究の多くは次元解析に立脚しており、その発生が $X = \alpha M$ にすぎない研究は数少ない。そこで、本研究では砂建背後に移成される渦の大きさ α と砂建波長との間に、ある整合条件が存在するものと仮定し、卓越波数の理論的予測を試みた。

2. 砂建背後の渦運動の定式化

従来の場の定式化の方法は、根本・山口¹⁾、Shibayama & Horikawa²⁾ のものと基本的に同様である。すなわち、

$$\text{複素速度ポテンシャル: } W(z) = \hat{U} z \sin \alpha t + \frac{P_0}{2\pi} \ln \sin \frac{\pi}{\lambda} (z - z_0) - \frac{P_0}{2\pi} \ln \sin \frac{\pi}{\lambda} (z - z_0^*) \quad (1)$$

$$\text{循環: } dP/dt = \varepsilon \int_0^{\infty} u(2u_y - 2v_x) dy - C_1 P \quad (2)$$

ここで、 $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ はそれぞれ物理空間、物理空間を表わす(図1参照)。また、 $\hat{U}$: 壁面より十分に離れた点での水平流速振幅, $\alpha = 2\pi/T$, T : 周期, λ : 砂建波長, z_0 : 渦の中心であり、 $*$ は共役複素数と表わす。式(1)右辺の各項はそれぞれ、正負振動流, real vortex, imaginary vortex と表わしている。また、式(2)は、循環値が砂建頂上を通過する渦度流束の集積として評価され、その一部は粘性の効果により消散するとしてモデル化したものである。

式(2)を解くことにより循環の時間変化が求まり、また $0 \leq t \leq T/2$ において渦が standing vortex として成立すると仮定することにより、渦中心の位置 ($z_0 = r_m + ir_0$) が定まる。結果を無次元表示して、

$$P^*(t^*) = \frac{\varepsilon \hat{U}^2}{4} \left\{ \frac{1 - e^{-C^* t^*}}{C^*} + \frac{1}{4 + C^{*2}} (C^* e^{-C^* t^*} - C^* \cos 2t^* - 2 \sin 2t^*) \right\}$$

$$r_0^* = \frac{\lambda^*}{4\pi} \ln \left(\frac{2\lambda^* \sin t^* + \delta P^*}{2\lambda^* \sin t^* - \delta P^*} \right)$$

$$r_m^* = \frac{\lambda^*}{2\pi} \coth^{-1} \left\{ \frac{1 - \sinh^2(2\pi r_0^*/\lambda^*)}{\cosh(2\pi r_0^*/\lambda^*)} \right\}$$

ここで、 ε : vorticity fraction 係数, $\hat{U}$: 波状壁面による流速速度の加速の割合を示す係数であり、また $t^* = \alpha t$, $C^* = C_1/\alpha$, $\lambda^* = \lambda/\alpha$,

$r_0^* = r_0/\alpha$, $r_m^* = r_m/\alpha$, $\delta = \hat{U}/(C_1 \alpha)$, $P^* = P/P_0$, α : 砂建波高

である。上式は既述根本・山口¹⁾、Shibayama & Horikawa²⁾ により導かれた結果と同様であるが、前者は式(2)の右辺第2項を無視しており、後者は式(3)の C^* 等の関数型を定めていない。次節では C^* について検討する。

3. 係数 C^* の決定

$0 \leq t^* \leq \pi/2$ の P^* の変化を式(3)から求めたものが図2である。ただし、式中の ε , $\hat{U}$ については根本らと同様に円柱に対して得られた $\varepsilon = 0.6$, $\hat{U} = 1.4$ を採用した。 $C^* \leq 0.01$ の範囲では、式(2)で $C^* = 0$ とした非粘性解とはほぼ一致している。また、 C^* が大きくなると P^* のピークが早い位置で現われている。

循環の実測値と図1の理論値とを比較することにより C^* の関数型が定まる。用いたデータは、根本・山下・栗田³⁾、Shibayama & Horikawa²⁾、根本・三村・藤辺⁴⁾ によるものである。実測値と理論値の比較の一例を図3に示し

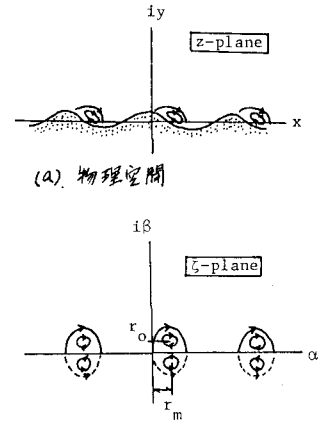


図1. 座標の定義

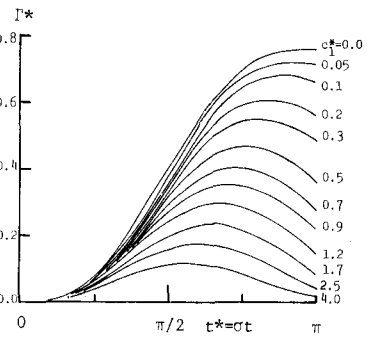


図2. P^* の変化

た。両者の一致度は必ずしも良好ではないが、バース・フイットする理論曲線を見出すことにより、各実験ケースに対して c_1^* を定めては与えられた。得られた係数 c_1^* とレイノルズ数 $\hat{U}_w d_0 / \nu$ との関係を図4に示した。ここに、 d_0 : 底面水粒の軌道全振幅 ($= 2\hat{U}_w / \omega$)、 ν : 動粘性係数である。図5式として次式を得る。

$$c_1^* = 2.5 \{ 1 - \exp(-0.7 \times 10^{-6} \cdot \hat{U}_w d_0 / \nu) \} \quad (6)$$

4. 渦と砂建の整合性

移動床=次元波動水路で底面近傍の流れる様子を観察してみると、剥離渦の長径はほぼ砂建の半波長に等しいことがわかった(図1参照)。また、ある条件のときに砂建を発生させた後、より波高の小さな波を作用させると、当初、砂建半波長より短い渦径を有する後流渦が能生する。しかし、時間が経つに従い、剥離流線の再付着点付近が振れ始め、最終的には、やはり渦の長径の約2倍の波長を有する砂建が形成された。

以上の実験事実を踏まえ、砂建の卓越波長は、最大に成長した時点での渦の長径の2倍に等しいと仮定する。

渦は $\lambda^* = \pi$ で成長し続けたと考えるが、この時、式(4)は発散してしまう。そこで、 $0 \leq \lambda^* \leq \lambda_0^*$ まで渦が成長するとし、 $\lambda_0^* = 0.9\pi$ とおいた。先の卓越波長条件、 $2\lambda_m^* |_{\lambda^*=\lambda_0^*} = \lambda^*/2$ を用いて式(5)を変形して

$$\sin^2(2\pi \lambda_0^* / \lambda^*) = 1 \quad (7)$$

式(4)、(7)から λ_0^* を消去して次式を得る。

$$d_0 / \lambda = 2.82 \sin \lambda_0^* / \lambda^* \quad (8)$$

式(3)、(6)、(8)より d_0 / λ と $\hat{U}_w d_0 / \nu$ との関係を読みとるものが図5である。図中には、既に提案されている波長算定式も示した。式(6)を得た際に用いたデータは $10^4 < \hat{U}_w d_0 / \nu < 2 \times 10^5$ と限られているが、式(8)から得られる曲線は、本間・振川・鹿島⁽¹⁾の $d = 0.1 - 0.2 \text{ mm}$ (d : 粒径) に対する実験値と良く一致している。

5. 結論

バネシヤル理論を用いて、波動場形成された砂建波長の予測を試みた。結果は、必ずしも実験結果と完全に説明するものではないが、今後、 ε , λ^* , c_1^* , λ_0^* 等の係数の性質がより明確になれば、今後、より正確な解析的アプローチが可能になるものと考えられる。非線形波動下における砂建の非対称性予測、定常流成分が重畳した時の砂建形状予測が今後の課題である。

《参考文献》

- 1) 沢本・山口, 土木学会論文集, 第288号, 1977.
- 2) Shibayama & Horikawa, Proc. J.S.C.E., No. 296, 1980.
- 3) 沢本・山下・栗田, 第29回海防講演会集, 1980.
- 4) 沢本・三村・渡辺, 第29回海防講演会集, 1982.
- 5) 本間・振川・鹿島, 第11回海防講演会集, 1974.

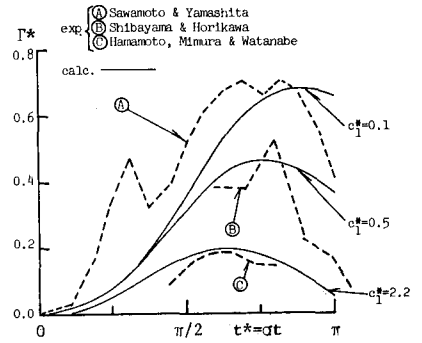


図3. 実験と理論値の比較

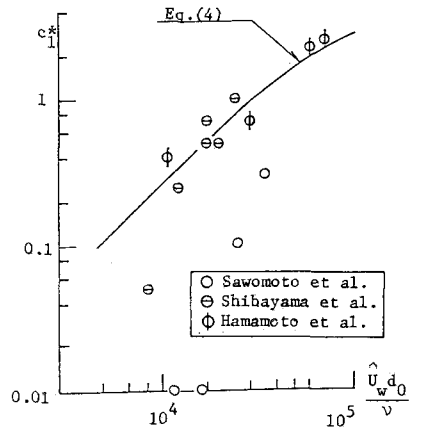


図4. 係数 c_1^*

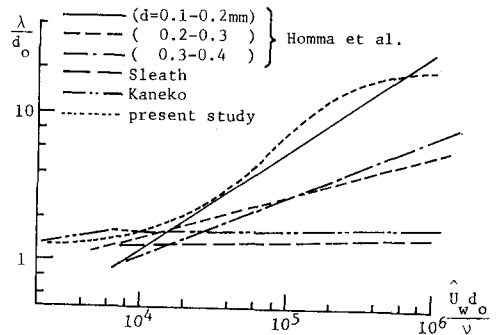


図5. 砂建波長