

信州大学大学院 学生員 佐藤 健次
 信州大学工学部 正 員 荒木 正夫
 信州大学工学部 正 員 寒川 典昭

1. はじめに

我々は、与えられた制約条件の下で相互エントロピーを最大にする2変数MEP分布を考案し、対称形をもつ母集団に対してその基礎特性を明らかにしてきた。¹⁾ しかし、一般に実測水文量は非対称形をなすため、ここでは形状母数の異なる2変数ガンマ分布を母集団の1例として取り上げ、適合度検定、感度分析を行なうとともに、合流河川流量データ、2地点間の降雨・流量データへの適用性を検討する。

2. 適合度検定

2変数MEP分布は、任意次数のモーメントを制約条件としたとき、次式で与えられる。²⁾

$$p(x, y) = \exp(-\alpha - \sum_{a=1}^{Na} \beta_a x^a - \sum_{b=1}^{Nb} \gamma_b y^b - \sum_{c=1}^{Nc} \sum_{d=1}^{Nd} \delta_{cd} x^c y^d), \quad \text{表-1 ラグランジュ乗数とモーメント}$$

$$(\alpha, \beta_a, \gamma_b, \delta_{cd}) = (2M(Na, Nb, Nc, Nd)). \quad (1)$$

ここで、 $\alpha, \beta_a, \gamma_b, \delta_{cd}$ はラグランジュ乗数である。いま、非対称母集団として、形状母数の異なる2変数ガンマ分布 ($2G(v_1, v_2, \rho)$) を取り上げ³⁾ MEP分布の適合度について検討する。表-1は母集団を $2G(4, 2, 0.5)$ としたときの $2M(4, 4, 2, 2)$ のラグランジュ乗数とモーメントを、図-1は母集団と適合度の良いMEP分布の等確率線図を、図-2はMEP分布の改善度を示したものである。図-2における $p(x, y)$ 軸は、1つのメッシュがもつ確率をメッシュ面積で除した値である。母集団 $2G(2, 1, 0.2)$ では、 $2M(2, 2, 1, 1)$ から $2M(4, 4, 1, 1)$ への改善度は顕著であるが、 $2M(4, 4, 2, 2)$ と $2M(4, 4, 1, 1)$ とは大差がみられない。 $2G(4, 2, 0.5)$ においては、 $2M(4, 4, 1, 1)$ の適合度は高いが、 $2M(4, 4, 2, 2)$ の方がよりすぐれた適合度を示している。

α	3.3994	モーメント	
β_1	-8.8829	m_{10}	1.0
β_2	9.9841	m_{20}	1.25
β_3	-3.4237	m_{30}	1.875
β_4	0.41049	m_{40}	3.28125
γ_1	-1.2971	m_{01}	1.0
γ_2	2.9518	m_{02}	1.5
γ_3	-0.79726	m_{03}	3.0
γ_4	0.072411	m_{04}	7.5
δ_{11}	-2.5731	m_{11}	1.125
δ_{12}	0.24403	m_{12}	1.875
δ_{21}	0.51503	m_{21}	1.5625
δ_{22}	-0.066436	m_{22}	2.859375

3. 感度分析

モーメントの変動がMEP分布に及ぼす影響を分析するために、 $2G(4, 2, 0.5)$ における $2M(4, 4, 2, 2)$ の高次モーメントに関する感度分析を行なった。計算の結果、次の区間のMEP分布は真値のモーメントを使ったMEP分布 (図-1(b)) と形状的によく一致していた。

$$3.25 \leq 4m_x \leq 3.60, \quad (2)$$

$$7.40 \leq 4m_y \leq 8.00, \quad (3)$$

$$2.79 \leq 22m_{xy} \leq 2.92. \quad (4)$$

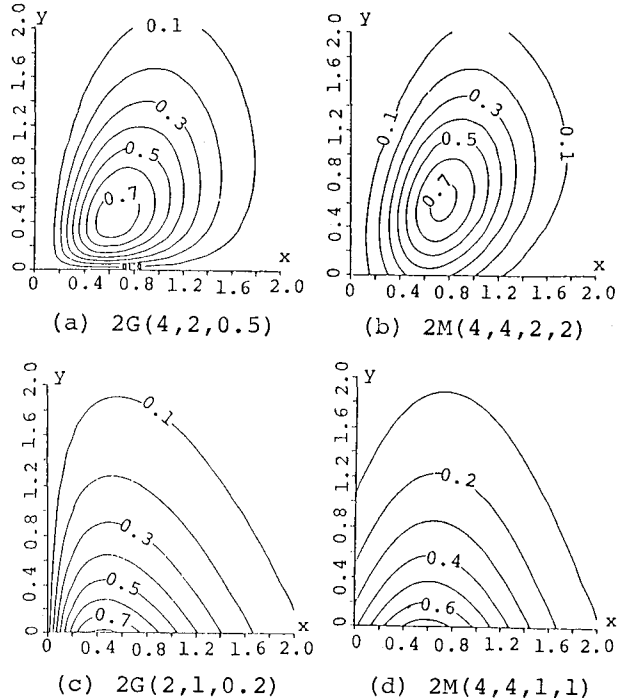


図-1 母集団とMEP分布の等確率線図

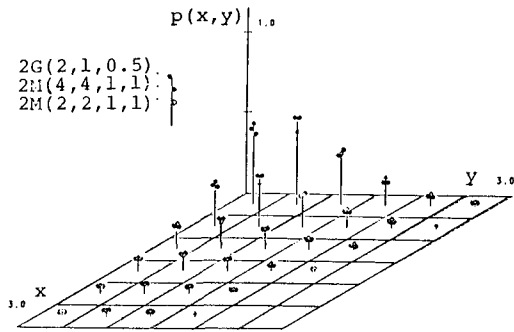
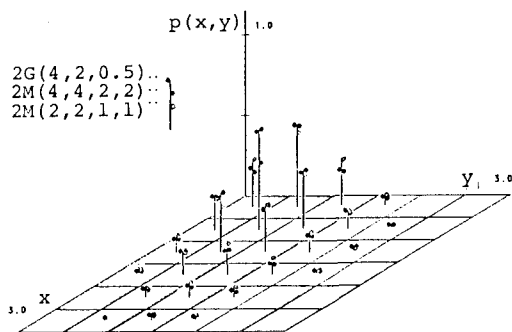


図-2 MEP分布の改善度

図-3は、(2)-(4)式における上限値でのMEP分布である。

4. 実測データへの適用例

図-4(a)は、小市（犀川流域）、杭瀬下（千曲川流域）の29年分

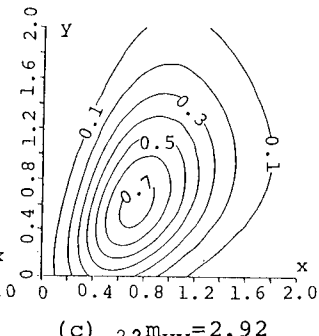
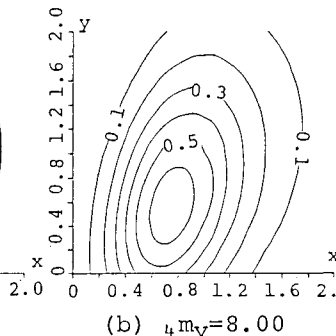
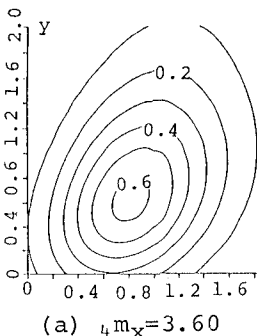


図-3 感度分析

最大時間流量データの頻度図と2地点（小市・杭瀬下）をそれぞれ確率変数 x, y として求めた $2M(4, 4, 1, 1)$ のメッシュごとの確率とを比較した柱状グラフである。データ数が29個と少ないにもかかわらず両者の適合度は高い（小市・杭瀬下の下流で犀川と千曲川は合流している）。図-4(b)は、上田市の28年間の年最大雨量(x)と、それに対応する杭瀬下の最大日流量(y)によって求めた $2M(2, 2, 1, 1)$ とデータの柱状グラフである。全体的傾向としては一致しているが、モードの位置に相違がみられる。この場合、さらに高次モーメントを導入すると、MEP分布は評価されなかった。

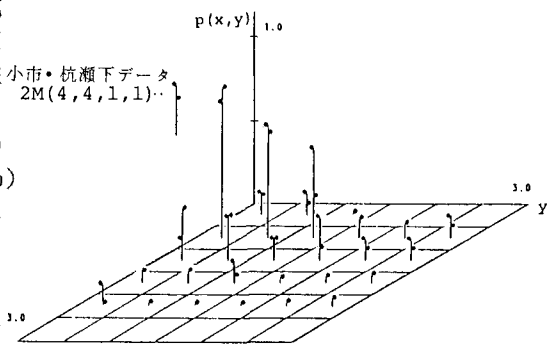
5. 終わりに

本研究では、非対称母集団への2変数MEP分布の適用性を明らかにすることができた。今後は、多変数（3変数以上）統計解析のためのMEP分布の特性を検討し、実測データへの適用性について評価したいと考えている。

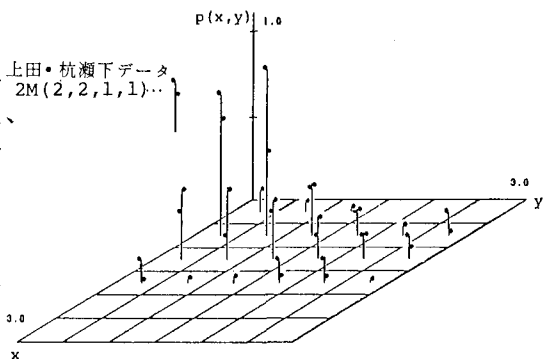
1)寒川・荒木・寺島；2変数MEP分布とその特性に関する研究，第28回水理講演会（S 59.2）。

2) 前出 1)。

3)長尾・角屋；2変数ガンマ分布とその適用に関する研究(2)，京大防災研究所年報第14号(S 46.4)。



(a) 合流河川（小市，杭瀬下）



(b) 2地点間の降雨・流量（上田市，杭瀬下）

図-4 実測データへの適用例