

II-34 積雪下面に対する地中伝熱量の算定法

北見工業大学 正 員 中尾 隆志
北見工業大学 正 員 佐渡 公明

1. まえがき 融雪は積雪表面からの他にも地温により積雪下面でも起こる。小島は積雪下面に温水が無い場合の、融雪時の熱収支機構を述べている。また、金山ダムにおける冬期渇水期の約 1/3 は地温融雪によるものであるとの山岡の報告もある。地温融雪量を求めるには、地中から積雪下面に対する伝熱量の算定が必要となり、また貯水池、河川、ソーラポンド、冷却池等での水温解析にも地中からの伝熱量が必要となる。地面伝熱量を求める式としては Pivovarov 式や Jobson 式があるが、Pivovarov 式は半無限地盤として解を求めているため、初期平均地温の決定には不易層までの地温測定が必要であり、また異方性地盤には適用できない。Jobson 式は地表面から断熱された深さまでの厚さの推定が困難であり、計算も複雑である。本報告は、等方性とみなされる地盤の厚さに対し、地面とある深さの 2 地点における地温を用いて、地面伝熱量を求める方法を述べ、次に計算例として 1983 年 8 月に屈斜路湖畔で行った地面伝熱量測定の結果について示す。

2. 地面伝熱量の算定法 地面伝熱量 H_b を算定する方法として、式 (1) を用いて、ある深さに埋設した熱流板と地表面の間をいくつかの土層に分割し、各土層内の貯熱量変化と熱流板の熱流束から算出する方法がある。

$$H_b = H_p - C_v \sum_{j=1}^n \Delta h_j \frac{\Delta \theta_j}{\Delta t} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 $H_p = \Delta t$ 時間内に熱流板を通過した熱流束、

$C_v =$ 体積熱容量、 $\Delta h_j =$ 土層 j の厚さ、 $\Delta \theta_j =$ 土層 j における

Δt 時間内の地温変化である。しかし、この方法は地温測定用センサーを多数設置しなければならない。

第 2 の方法として、熱伝導方程式をある条件のもとで解く方法がある。地表面を原点とし、地盤の深さ方向を z とすると、地面下の地温分布 θ は、次に示す 1 次元熱伝導方程式が当てはまる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = k_g \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに、 k_g は熱拡散率である。

$$\text{初期条件として、} t=0, \theta(z, 0) = \theta_0 (= \text{const.}) \quad \cdots \cdots (3)$$

対象領域として、半無限地盤として取り扱う場合と有限地盤厚さを考える場合の 2 通りがある。

$$2-1 \text{ 半無限地盤の場合} \quad \text{境界条件として、} z=0, \theta = \theta_0(t), \quad (i-1)\Delta t \leq t \leq i\Delta t, (i=1, 2, \cdots) \quad \cdots \cdots (4)$$

式(2)を条件(3)、(4)のもとで解くと、次のように解が得られる。

$$\theta(z, kat) = \theta_0 \operatorname{erf} \frac{a}{\sqrt{K}} + \sum_{m=1}^{K-1} \bar{\theta}_m \left(\operatorname{erf} \frac{a}{\sqrt{K-m}} - \operatorname{erf} \frac{a}{\sqrt{K-m+1}} \right) + \bar{\theta}_K (1 - \operatorname{erf} a) \quad \cdots \cdots (5)$$

ここに、 $a = z/2\sqrt{k_g \Delta t}$ 、 $\operatorname{erf} a$ ：誤差関数

地表面における地中伝熱量 H は、式(5)の $z=0$ における微係数に地盤の熱伝導率をかけることにより求まる。

$$H_b(K\Delta t) = b \left[\frac{\theta_0}{\sqrt{K}} - \sum_{m=1}^{K-1} \bar{\theta}_m \left(\frac{1}{\sqrt{K-m}} - \frac{1}{\sqrt{K-m+1}} \right) - \bar{\theta}_K \right] \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、 $b = \sqrt{C_v \lambda_g / (\pi \Delta t)}$ 、 λ_g ：地盤の熱伝導率

$$2-2 \text{ 有限地盤厚の場合} \quad \text{境界条件として、} z=0 \text{ で } \theta = \bar{\theta}_1, \quad z=L \text{ で } \theta = \bar{\theta}_K \quad (i-1)\Delta t \leq t \leq i\Delta t \quad \cdots \cdots (7)$$

を考え、式(2)を条件(3)、(7)のもとで解くと、次のように解が得られる。

$$\theta(z, kat) = \begin{cases} \frac{2\theta_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n} \left[1 - (-1)^n \right] e^{-\theta n^2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n} e^{-\theta n^2} \left[\bar{\theta}_1 - (-1)^n \bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_K - (-1)^n \bar{\theta}_K \right] \frac{z}{L} & K=1 \\ \frac{2\theta_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n} \left[1 - (-1)^n \right] e^{-K\theta n^2} + \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n} \left[e^{-K(K-i)\theta n^2} - e^{-(K+i)\theta n^2} \right] \left[\bar{\theta}_i - (-1)^n \bar{\theta}_i \right] \\ - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n} e^{-\theta n^2} \left[\bar{\theta}_K - (-1)^n \bar{\theta}_K \right] + \bar{\theta}_K - (-1)^n \bar{\theta}_K \frac{z}{L} & K \geq 2 \end{cases} \quad \cdots \cdots (8)$$

ここに、 $C = \sin n\pi z/L$, $q = \pi^2 k_g \Delta t/L^2$ 。

H_b は同様に、式(8) より、次式で表される。

$$H_b(k\theta) = \begin{cases} \frac{2\lambda_g \theta}{L} \{f(\theta) - g(\theta)\} - \frac{2\lambda_g}{L} \{ \bar{\theta}_1 f(\theta) - \hat{\theta}_1 g(\theta) \} - \frac{\lambda_g}{L} (\bar{\theta}_1 - \hat{\theta}_1) & K=1 \\ \frac{2\lambda_g \theta}{L} \{f(k\theta) - g(k\theta)\} - \frac{2\lambda_g}{L} \sum_{i=1}^{K-1} \{ \bar{\theta}_i [f((K-i)\theta) - f((K-i+1)\theta)] - \hat{\theta}_i [g((K-i)\theta) - g((K-i+1)\theta)] \} & \dots\dots\dots (9) \\ - \frac{2\lambda_g}{L} [\bar{\theta}_K f(\theta) - \hat{\theta}_K g(\theta)] - \frac{\lambda_g}{L} (\bar{\theta}_K - \hat{\theta}_K) & K \geq 2 \end{cases}$$

ここに、 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-x n^2}$, $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-x n^2}$ である。

3. 計算例 屈斜路湖畔で1983年 8月23日18時-31日12時まで地面伝熱量の測定を行った。センサーはCC熱電対を用い、設置深さは、0, 1, 2, 3, 5, 7, 10, 14, 20, 30, 40, 50cm であり、また10cmに熱流板を埋設した。 k_g は温度位相差、日較差より、また C_v は現地で採集した試料より求め、 $k_g = 0.00471 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $C_v = 0.668$

$\text{cal}/(\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$ を得た。図-1, 2は式(1), (6), (9) を用いた場合の地面伝熱量の1時間平均値を表している。どの場合も、昼間負、夜間正となる同様の傾向を示し、地温日変化（ここでは省略）と逆位相の関係がある。Pivovarov 式は Δt 時間内の地温変化を1次式で近似しているため、式(6)より振幅が大きく変化している。表1は式(1)より得られた H_b に対する半無限地盤の式(6)と有限厚さの式(9) ($L=10, 20\text{cm}$)の誤差の平均と標準偏差を示している。誤差の標準偏差が最も大きな $L=10\text{cm}$ の場合でも $0.0068(\text{ly}/\text{min})$ であり、誤差の標準偏差が最も小さな Pivovarov 式の1.49倍である。

本報告は、夏期の地中伝熱量について報告した。今後は、冬期の地中伝熱量の測定を行い、地温融雪量の推定を行う。

参 考 文 献

- 1) 小島賢治：融雪機構と熱収支，気象研究ノート，No. 136, pp1-38.
- 2) 尾崎 晃・山岡 勲：積雪寒冷地域における土木施設システムに関する研究，鹿島研究報告書，pp9-36, 昭和58年.
- 3) Pivovarov, A. A.: Thermal Conditions in Freezing Lakes and Rivers, John Wiley & Sons, 1973.

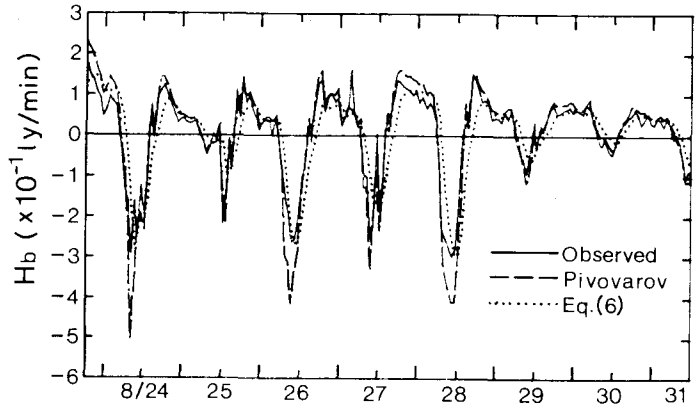


図-1 半無限地盤の時の H_b の比較

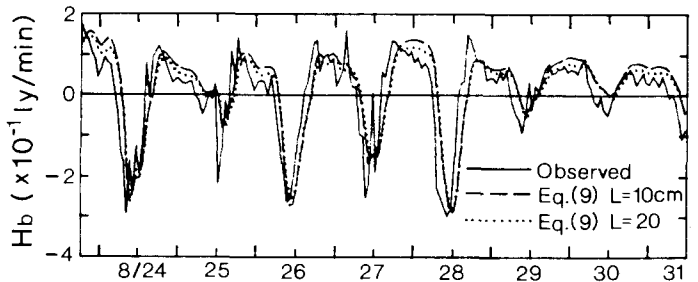


図-2 有限地盤厚の時の H_b の比較

表1 誤差の平均と標準偏差 (ly/min)

式	L (cm)	誤差の平均	誤差の標準偏差
Pivovarov	∞	-7.80×10^{-5}	0.00456
(6)	∞	-2.30×10^{-5}	0.00585
(9)	10	1.64×10^{-3}	0.00681
(9)	20	1.02×10^{-3}	0.00596