

北海道大学・工学部 正員 藤田 陸博
同 上 正員 道口 敏幸

1. 基礎理論 i 時刻の雨量 r_i が j 時刻に流出する量を $h_{i,j}$ ($j \geq i$) とすると表-1に示するマトリックスを構成できる。表-1の最下端の $h_{i,n+1}$ は i 時刻の損失雨量を示す。エントロピー的解釈をすると、式(1)~(4)の条件下で $h_{i,j}$ の生起確率が互いに独立で一様に分布しているという仮定のもとに r_i を $h_{i,j}$ に分割するその組合せの数を最大にするとよく、途中の計算過程は参考文献^{1) a)}を参照してもらうこととして結果のみを書く

と式(5)~(8)のようになる。計算は $\gamma=2.3$ として r_i, q_j を用いて式(5)、(6)の $E_{i,j}$ を求め、損失雨量 $h_{i,n+1}$ のみを式(8')によって計算する。次に式(6)、(8)の r_i を $r_i - h_{i,n+1}$ に置換し $\gamma=1$ として再度 $E_{i,j}$ を求め、式(8)によって $h_{i,j}$ を計算するとよいことが知られている。³⁾なお、単位図 $u_{i,j}$ は式(9)によって得られる。一方、流出量は表-2に示すように時定数の相異により数種類の流出成分に分離される $r_k(t), q_k(t)$ はそれぞれ対応する降雨、流出量成分である。日野⁴⁾は $r_k(t), q_k(t)$ の関係は線形であるが、 $r_e(t)$ を $r_k(t)$ に分割する過程が非線形であることを指摘している。 w_k を線形応答関数とすると式(10)のように書くことができる。いま、式(11)の新しい変数を定義して、式(10)に代入すると式(12)を得る。 $r_e(t)$ を入力、 $q(t)$ を出力関数と考えると、式(12)は積分の核関数が $(t-\tau)$ の関数のみならず τ の関数にもなっていることを示している。エントロピー法による式(5)~(8')の損失雨量、単位図の計算精度をチェックするため、シミュレーション法による計算結果を図-1に示す。計算は2流出成分を想定し、任意の降雨量 $r_1(t), r_2(t)$ (図-1(b))、損失雨量 $r_l(t)$ (図-1(a))、単位図 $w_1(t), w_2(t)$ (図-1(d))を仮定する。

$q_1(t), q_2(t)$ は $r_i = \sum_{j=i}^{n+1} h_{i,j}$
 $r_1(t), w_1(t)$ および $r_2(t), w_2(t)$ から求まる。式(5)、
(6)の $r(t), q(t)$ として $r(t) = \sum_{i=1}^m r_i \cdot \sum_{j=i}^{n+1} h_{i,j} = \sum_{i=1}^m r_i \cdot \sum_{j=i}^{n+1} h_{i,j}$
 $r_1(t) + r_2(t) + r_l(t), q(t) = \sum_{j=1}^n q_j$
 $q_1(t) + q_2(t)$ を用いた。

$$D_{i,j} = \exp(-1 - \gamma c_{i,j})$$

$$c_{i,j} = \ln(j-i+1)$$

$$h_{i,j} = D_{i,j} \cdot r_i \cdot q_j \cdot E_{i,j}$$

$$u_{i,j} = \frac{h_{i,j}}{r_i - h_{i,n+1}}$$

表-1 降雨の配分過程

	r_1	r_2	$\dots$	r_i	$\dots$	r_m
q_1	$h_{1,1}$					
q_2	$h_{1,2}$	$h_{2,2}$				
q_3	$h_{1,3}$	$h_{2,3}$				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
q_i	$h_{1,i}$	$h_{2,i}$	$\dots$	$h_{i,i}$	$\dots$	$h_{m,i}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
q_m	$h_{1,m}$	$h_{2,m}$	$\dots$	$h_{i,m}$	$\dots$	$h_{m,m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
q_n	$h_{1,n}$	$h_{2,n}$	$\dots$	$h_{i,n}$	$\dots$	$h_{m,n}$
$\sum r_i - \sum q_j$	$h_{1,n+1}$	$h_{2,n+1}$	$\dots$	$h_{i,n+1}$	$\dots$	$h_{m,n+1}$

表-2 降雨の流出過程

$$r(t) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_e(t) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_1(t) + \frac{w_1}{w_1 + w_2} + q_1(t) \\ r_2(t) + \frac{w_2}{w_1 + w_2} + q_2(t) \end{array} \right\} \rightarrow q(t) \text{ (観測流量)} \\ \text{有効雨量} \\ r_l(t) \text{ (損失雨量)} \end{array} \right.$$

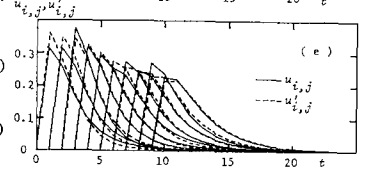
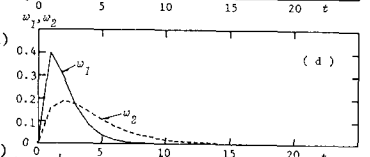
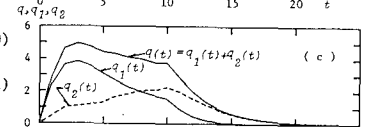
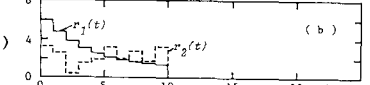
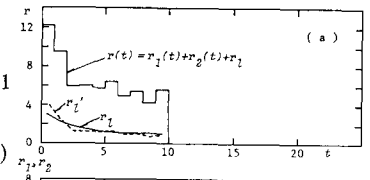


図-1 シミュレーション計算例

$$(1) \quad h_{i,n+1} = D_{i,n+1} \cdot r_i \cdot q_{n+1} \cdot E_{i,n+1} \quad (8')$$

$$(2) \quad q_{n+1} = \sum r_i - \sum q_j$$

$$(3) \quad q(t) = \int \sum_k r_k(\tau) w_k(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

$$(4) \quad G_k(t) = r_k(t) / r_e(t) \quad (11)$$

$$\sum_k G_k = 1$$

$$(5) \quad q(t) = \int \sum_k r_k(\tau) [G_k(\tau) w_k(t-\tau)] d\tau \quad (12)$$

$$u_{i,j} = \frac{r_1(i)}{r_2(i)} w_1(j-i) \quad (13)$$

$$+ \frac{r_2(i)}{r_1(i) - r_{l,i}} w_2(j-i)$$

$$(7) \quad u_{i,j} = G_1(i) w_1(j-i) + [1 - G_1(i)] w_2(j-i) \quad (14)$$

$$(8) \quad r_1(t) = G_1(t) \{r(t) - h_{i,n+1}\} \quad (15)$$

$$r_2(t) = [1 - G_1(t)] \{r(t) - h_{i,n+1}\}$$

$$(9) \quad$$

図-1(e)の $u_{i,j}$ は式(13)を図示したもので、 $u_{i,j}^1 r_1^1(i) = (h_{i,n+1})$ は計算値であり良好な結果を得ている。

2. 実流域における計算

岩尾内ダム流域(天塩川上流部、344.7km²)における実測資料を用いた計算結果を図-2~5に示す。降雨量は流域平均雨量を示し、流出量はハイドログラフの立上り点と減水部第2折曲点を直線で結んで直接流出量を分離した。いずれの場合も r_i 毎に単位図(各図の(c))の形状が変動しているが、共通した特性として単位図のピーク値大+小、ピークの生起時刻大+小の傾向が見られる。図-6は降雨開始時、終了時の単位図のみに注目したものであるが、いずれの場合も非常に類似した形状を示している。いま、流出量が2成分よりなっているものとして、表-2の w_1, w_2 に図-6の(a)、(b)の単位図の平均値を与える。式(12)より任意時刻の単位図は式(14)のように書くことができるので、 $u_{i,j}$ の計算値 w_1, w_2 を用いて $G_1(t)$ を最小自乗法で逆算した結果を図-7に示す。定義により $G_1(t)$ は $0 \leq G_1(t) \leq 1$ の範囲にあるが、機械的に最小自乗法を適用したため定義域をはずれる値が得られている。いずれの場合も $G_1(t)$ は t の減少関数になっている。また、 $r_1(t), r_2(t)$ は式(15)より得られ、これを図-2~5のハイドログラフ中に示す。量的にも $r_1(t)$ は t に関して減少している。図-2~5(b)の破線は式(14)の $G_1(t), w_1(t), w_2(t)$ および $r_e(t) = \{r(t) - h_{i,n+1}\}$ を用いて流出量を再現したものである。ほぼ実測値を説明している。

3. まとめ エントロピー法によって得られた単位図は、日野らが指摘している結果と符合していることが確かめられた。なお、本研究は文部省科学研究費総合研究A(代表 日野幹雄)の補助を受けた。

参考文献

- 1) Kuniyoshi Takeuchi : The Law of Entropy Increase Governing Rainfall-Runoff Process, 3th. Int. Symp. on Stoch. Hy. 1980.
- 2) 藤田睦郎、道口敏幸：エントロピー法を用いた流出解析、土木学会北海道支部論文報告集、第40号、1984.
- 3) 道口敏幸、藤田睦郎：エントロピー法を用いた有効雨量の推定について、第38回年講、Ⅱ、1983.
- 4) 日野幹雄、長谷部正彦：フィルター分離AR法による非線形流出系の同定と予測(時間単位)、土木学会論文報告集、第324号、1982.

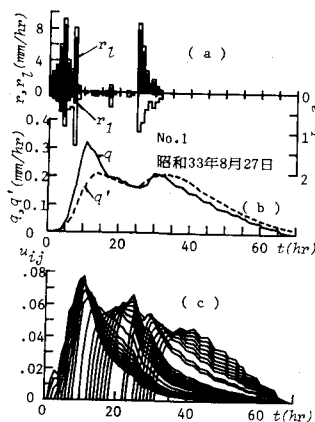


図-2 実測の計算結果

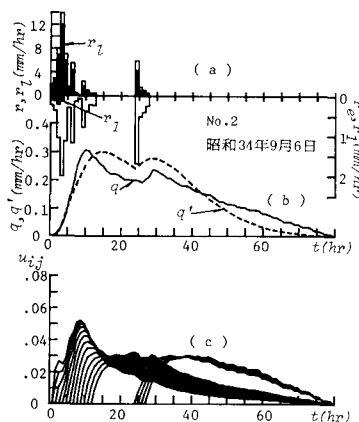


図-3 実測の計算結果

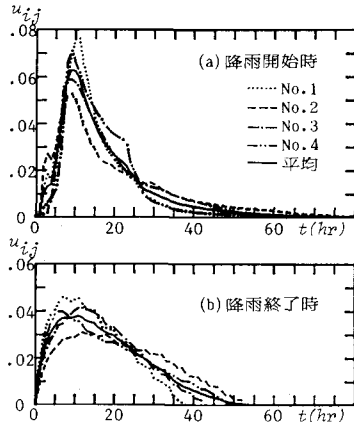


図-6 降雨開始時と終了時の単位図

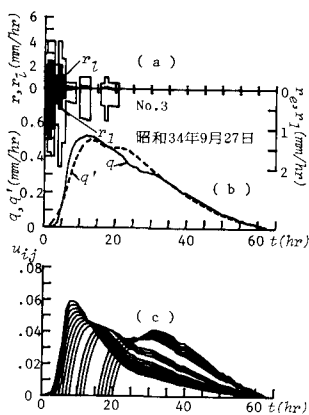


図-4 実測の計算結果

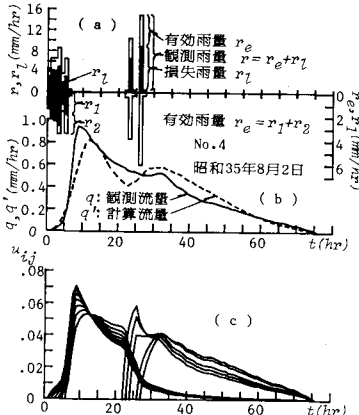


図-5 実測の計算結果

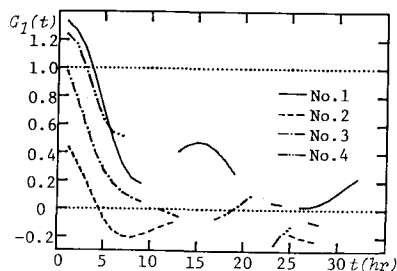


図-7 $G_1(t)$ の変化