II-23　河道網系 Kinematic Wave モデルの集中化

京都大学大学院　学生員　中北英一
京都大学工学部　正　員　高棹琢馬
京都大学工学部　正　員　椎葉充晴

１．概要　流出現象は空間的広がりの中で生起する現象である。貯留関数法などの集中型モデルは空間的広がりを無視したモデルであり，それを無視できない場合，複数個の集中型モデルを連結したモデルを考える必要がある。こうした集中化モデルの分布化は，取扱いの容易さをある程度保持しながら分布系としての流出系の特性をも考慮するものであるが，その分布化の規準は必ずしも明確ではない。

本研究では，むしろ分布型モデルである河道網系 Kinematic Wave モデルの集中化の方法とその規準を与える。すなわち，河道網を有限個の部分河道網に分割し，定常時水面形状から得られる各部分河道網の貯水量～流出量関係式を適用して河道網系を連立常微分方程式系でモデル化する。さらに，すでに議論されている単一要素 Kinematic Wave モデルの集中化誤差構造[1]と関連させて部分河道網への分割規準を与える。

２．多段貯水池モデルによる河道網系 Kinematic Wave モデルの集中化

各河道リンク内の流れは，指数法則 Kinematic Wave モデル

$$\partial A/\partial t + \partial Q/\partial x_i = q_i \qquad (1)$$

$$Q = \alpha_i A^m \qquad (2)$$

で記述されるとする。ただし，t は時刻，x_i は河道リンク i（以下，河道リンクの番号を英小文字で，部分河道網の番号を英大文字で表す（図１参照）），A，Q はそれぞれ流積，流量，q_i は河道の流れ方向単位距離当たり側方流入強度，α_i，m は Kinematic 定数である。

基礎方程式(1)を各部分河道網ごとに空間座標について積分すると，部分河道網 J の貯水量 $S_J(t)$ に関する連立常微分方程式

$$dS_J(t)/dt = \Sigma Q_I(t) - Q_J(t) + q_J(t),\ J=1,2,\ldots,N \qquad (3)$$

が得られる。$Q_J(t)$ は部分河道網 J の流出量で，Σ は部分河道網 J への流入となるすべての部分河道網 I についての和を表す。また，$q_J(t)$ は部分河道網 J への側方流入量，N は部分河道網の個数である。

(3)式右辺の $Q_J(t)$ を $S_J(t)$ の一価関数として表現できれば，その関数を(3)式に代入することによって河道網系の Kinematic Wave モデルを集中化できることになる。側方流入強度や上流部分河道網からの流入強度の時間的変化が緩慢であれば水面形状を定常時のそれで近似することができる。

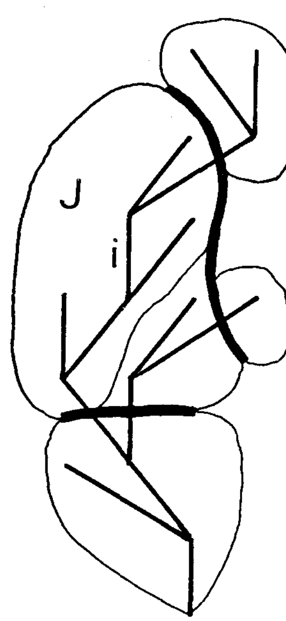

図１　河道網の分割

そこで，集水域単位面積当たりの流出強度 r_0 を一定として流れが定常になったときの水面形状を考えて，$Q_J(t)$ と $S_J(t)$ の関係を求める。河道リンク i の長さを ℓ_i，その集水面積を f_i とすれば，側方流入強度は，$q_i = r_0 \cdot f_i/\ell_i$ となり，河道リンク i の貯水量 S_i は Kinematic Wave 定数 m を一様とすれば，

$$S_i = r_0^{1/m} s_i,\quad s_i = (m/(m+1))(\ell_i/f_i)(1/\alpha_i)^{1/m}\{a_i^{(m+1)/m}\ \ (a_i - f_i)^{(m+1)/m}\} \qquad (4)$$

で表される。a_i は河道リンク i の下流端点より上流にある総ての河道リンクの集水面積の和である。部分河道網 J 内の総ての河道リンクについて(4)式を加えれば，部分河道網 J の貯水量 $S_J = \Sigma S_i = r_0^{1/m}\Sigma s_i$ が得られる。一方，河道網 J の下流端点での定常時流出量は $Q_J = r_0 a_{J_d}$ である。ただし，J_d は部分河道網 J の最下流の河道リンク番号である。この２式より定常時の部分河道網の貯水量～流出量関係式

$$Q_J = \alpha_J S_J^m,\qquad \alpha_J = a_{J_d}/(\Sigma s_i)^m \qquad (5)$$

を得る。α_J は単位面積当たりの流出強度 r_0 には依存しない定数である。

３．河道網の分割規準　前項の集中化モデルを具体的に構成するには，流域分割個数Ｎとその分割点を決める必要がある。単一要素 Kinematic Wave モデルでは，集中化誤差ｅ，無次元入力継続時間T_r，要素の区分個数Ｋの関係が得られている[1]。 Kinematic Wave モデルとその集中化モデルによる流出量を各々$Q_K(t)$，$Q_L(t)$とするとき，集中化誤差ｅを$e = \max\{|Q_K(t) - Q_L(t)| / (Q_K(t) + \max Q_K(t))\}$ と定義している。また，側方流入継続時間 t_r，平均側方流入強度を q_m としたとき，$T_r = t_r / \{\ell/(\alpha q_m^{m-1})\}^{1/m}$ である。この式の分母は側方流入強度を q_m とした定常状態での上流端から下流端までの伝播時間である。図２にT_r，ｅ，Ｋの関係を示す。区分点は，定常時伝播時間が各区間で等しくなるように設けてあり，入力パターンは二等辺三角形で，ｍは1.45である。

河道網については図１の太線で区切られる河道網の個数を区分個数とよび，この区分個数と単一要素モデルの区分個数とを対応させる。部分河道網の個数（ 分割個数 ）は区分個数より多くなることもある。

図１の太線と河道リンクの交点，すなわち分割点の位置は，分割点から分割点までの定常時伝播時間が，最大伝播時間を区分個数Ｋで等分した時間に等しくなるようにとる。

単一要素モデルと対応させるために次のような地形パターン関数を用いた河道網系の統合モデル[2]を考える。

$$w = p(y)^{(1-m)} (\alpha/\ell) s^m \qquad (6)$$

$$\partial s/\partial t + \partial w/\partial y = p(y) r_0(t) (\Sigma f_i / \Sigma \ell_i) \qquad (7)$$

ただし，$0 \leqq y \leqq 1$で，ℓは主河道長，$r_0(t)$ は集水域単位面積当たりの流出量である。また $[w]_{y=1}$ が下流端の流出量である。ここで，地形パターン関数p(y)はｙによらず一定と近似すると $p(y) = \Sigma \ell_i$ となり単一要素 Kinematic Wave モデルに帰着する。このとき，

$$T_R = t_r \{\alpha (r_{0m} \Sigma f_i / \Sigma \ell_i)^{m-1} / \ell\}^{1/m} \qquad (8)$$

となる。r_{0m} は集水域単位面積当たりの平均流出強度である。

図３に，由良川水系荒倉流域($159km^2$)の荒倉地点（ 図中×印 ）とその中流地点（ ○印 ）を下流端とする河道網について得られた集中化誤差ｅと T_r との関係を，区分個数Ｋ＝5,15について示す。図中実線は単一要素モデルでの関係である。河道網の集中化誤差構造は，単一要素の場合の誤差構造によく対応している。

したがって，河道網の区分個数Ｋは単一要素モデルの集中化誤差構造に基づいて決定できると言える。すなわち，対象とする河道網と入力の継続時間，強度が与えられると(8)式により T_r が決定されるので，図２を用いて許容される集中化誤差ｅに対する区分個数Ｋが定まる。Ｋが定まれば前述の方法によって部分河道網への分割も決まることになる。

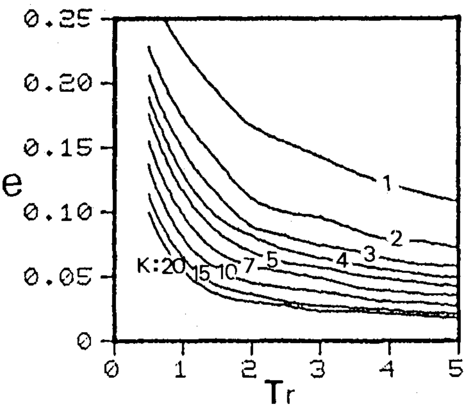

図２　単一要素モデルの集中化誤差

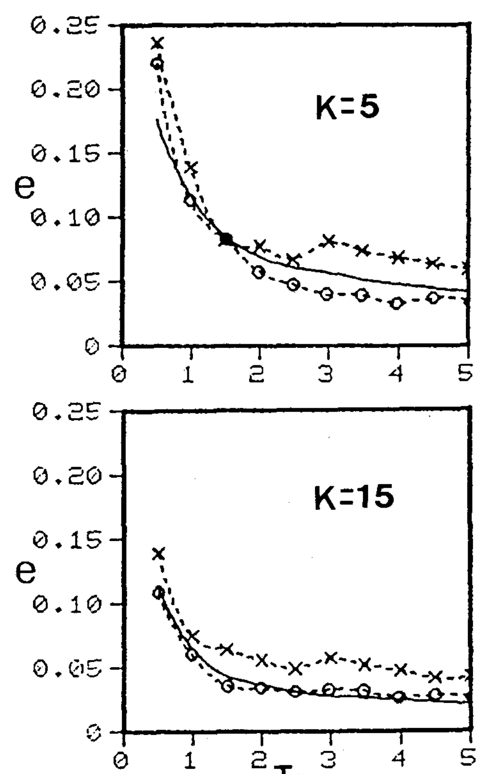

図３　単一要素の集中化誤差と河道網の集中化誤差との関係

＜　参　考　文　献　＞

1）高棹・椎葉：第37回年講，第２部，PP.673-674，1982.
2）高棹・椎葉：京大防災研究所年報，第24号B-2，1981.