

北海道開発局 土木試験所の正員 吉田 純一
北海道大学 工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

本文は, 3次元弾性多層体上の剛体基礎の動的応答倍率について, 多層体を平板要素に分割し, これにガラークン法とフーリエ・ハネケル変換を用いた有限平板要素を用いて解析するものである.

解析手法は, 有限平板法により多層体表面の円形基礎に対する複素コネアライアンスを計算し, これを用いて多層体基礎より上昇してくるせん断波に対する剛体円形基礎の動的応答倍率を計算する.

ここで用いた平板要素は半径方向に無限の板を仮定しているため側方の遠散波長については有限要素法における仮想境界の処理を考慮する必要はない.

2. 平板要素

図-1に示すように厚さ d の平板要素に r, θ, z の円筒座標をとり3次元弾性体の運動方程式に, 板厚方向(z 方向)には各方向の変位が1次分布すると仮定しガラークン法も適用し, 半径方向と円周方向にはハネケル変換とフーリエ変換を行なうと, 画像空間での板の上下面の境界で応力-変位の関係が(1)が得られる.

$$\{F_{m\theta}\} = [K_{m\theta}] \{U_{m\theta}\}. \quad (1)$$

ただし, $\{F_{m\theta}\}, \{U_{m\theta}\}$: 画像空間での境界応力, 変位マトリックス

$[K_{m\theta}]$: 剛性マトリックス

サフィックス m, θ はそれぞれフーリエ変換, ハネケル変換のパラメータを表す.

式(1)を画像空間での各層間の力のつり合式に適用して $\{U_{m\theta}\}$ を求め, フーリエ・ハネケル逆変換を行なう事により各層の変位応答を求める事ができる.

3. 円形基礎の複素コネアライアンス

円形基礎の多層体表面での複素コネアライアンスは, 式(1)を用いて求め, 次式のように表す.

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{HH} & C_{HM} \\ C_{MH} & C_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{H} \\ \bar{M} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

上式中 $\bar{U}_a, \bar{\varphi}_a$ は平均変位と平均回転角で次式で表わされる.

$$U_a = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a (U \cos \theta - V \sin \theta) r dr d\theta, \quad \varphi_a = \frac{4}{\pi a^4} \int_0^{2\pi} \int_0^a w r^2 \cos \theta dr d\theta$$

$H = \bar{H} e^{i\theta}$: 円形基礎の水平力, $M = \bar{M} e^{i\theta}$: 円形基礎の回転モーメント.

C_{HH} : 水平力による水平変位の複素コネアライアンス.

$C_{HM} = C_{MH}$: 水平力による回転変位 (= モーメントによる水平変位) の複素コネアライアンス.

C_{MM} : モーメントによる回転変位の複素コネアライアンス.

a : 円形基礎の半径, α : 円振動数.

4. 円形基礎の運動方程式と応答

円形基礎を高さ h , 半径 a の剛体と考えると, 運動方程式は次式で表わされる.

$$\text{水平方向の運動方程式 } \bar{H} = m \ddot{\varphi} (\bar{U}_a + \bar{U}_s), \quad (3)$$

$$\text{回転方向の運動方程式 } \bar{M} = m \ddot{\varphi} \left\{ \mu^2 h^2 \bar{\varphi}_a + \frac{h}{2} (\bar{U}_a + \bar{U}_s) \right\}. \quad (4)$$

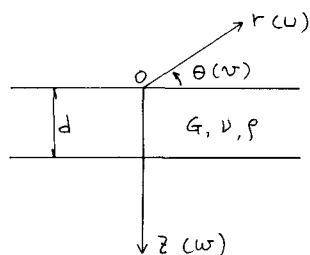


図-1 座標系

上式中 $\bar{U}_S$: 水平方向強制振動による変位、この場合は地表面での地盤変位。

m, h, a : 円形基礎の質量、高さ、半径。

μ : 円形基礎の慣性回転半径と高さの比。

式(2)に式(3)と式(4)を代入(整理すると、

$$\begin{bmatrix} 1 - \bar{C}_{HH} - \frac{1}{2} \bar{C}_{HM} & \mu^2 \bar{C}_{HH} \\ \bar{C}_{MH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{MH} & 1 - \mu^2 \bar{C}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_a \\ \bar{\varphi}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{HH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{HM} \\ \bar{C}_{MH} + \frac{1}{2} \bar{C}_{MH} \end{bmatrix} \bar{U}_S. \quad (5)$$

となり、地表面での地盤変位に対する円形基礎の応答を求める事ができる。

ただし、 $\bar{C}_{HH} = m \mu^2 C_{HH}$ 、 $\bar{C}_{HM} = \bar{C}_{MH} = m \mu^2 h C_{MH}$ 、 $\bar{C}_{MM} = m \mu^2 h^2 C_{MM}$ 。

式(5)の U_S は基礎で入力された振動 U_g の多層体表面での応答変位であり、これについては多くの研究があるが、ここでは有限平板要素と同じ仮定で、変位が各層の板厚方向で1次変化と仮定した式を用いて求めた。

5. 応答倍率の計算例

計算例として図-2に示すように剛な基盤上に、弾性係数の異なる層が中央にある多層体表面上の剛体円形基礎の応答倍率を求めた。

計算に用いた値は、多層体のポアソン比 $\nu = 0.2$ 、全層厚と基礎の半径比 $h/a = 2.0$ 、基礎の高さと半径の比 $h/a = 1.0$ 、弾性体と基礎の密度比 $b = m/(\rho a^3) = 2.0$ とし多層体の中央部の弾性係数と上下層の弾性係数の比 $G_1/G = 1.0, 0.2$ の2ケースについて計算し、無次元円振動数 $a_0 = \Omega a \sqrt{\rho/G}$ に対する水平変位と回転角の応答倍率を図-3、4に示す。

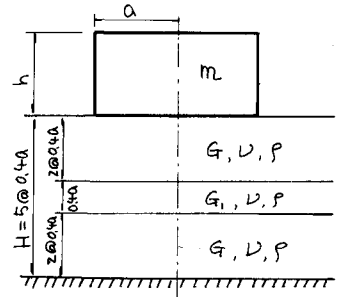


図-2. 計算モデル

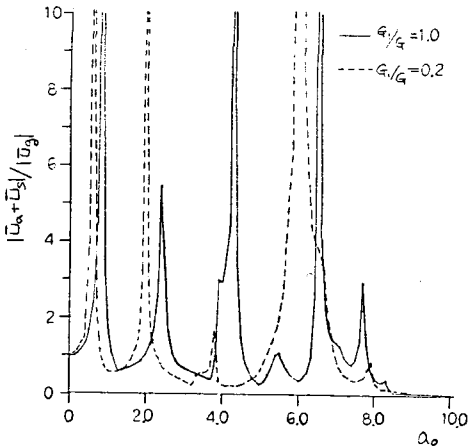


図-3. 水平変位の応答倍率

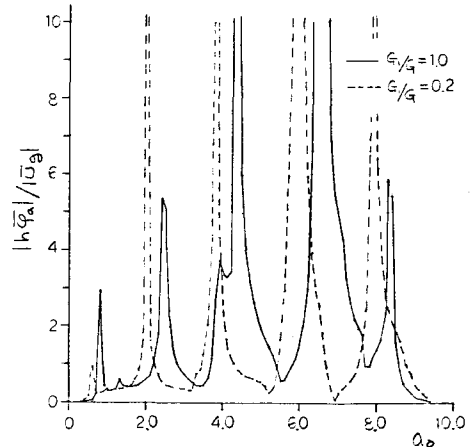


図-4. 回転変位の応答倍率

6. あとがき

円形基礎の動的応答倍率について、フーリエ・ハネケル変換を用いた有限平板法を多層体に適用した解析方法と計算例を示した。この手法では側方の遠散減衰は半径方向に無限の平板で解いているため、有限要素法における仮想境界の処理の問題は生じない。ただ今回は内部減衰について無視しているのが今後この点を考慮した解析を行なう予定である。

参考文献

吉田, 能町: 有限平板法による部分入力に対する動的応答について, 土木学会第36回年次学術講演会概要集-I, -256, 1981.