

神戸大学 正 北村泰寿 正 桜井春輔 学○福森浩史

1. まえがき 本研究は、地盤を二層弾性体として、剛基礎が鉛直振動、ロッキング振動および水平振動するときの複素剛性を求めたものである。前報¹⁾では、構造物と地盤の接触面において、加振方向以外の変位の拘束を無視した場合(Relaxed Case)の複素剛性について報告したが、本研究は接触面における変位の拘束を考慮した場合(Welded Case)を取り扱っている。

2. 計算方法 構造物と地盤の接触面に働く接触圧は、二層弾性体に対する混合境界値問題として、次式の積分方程式で表わされる。なお、本研究では調和振動を対象としているため、時間項 $e^{i\omega t}$ は省略する。

$$U_R(x_1, x_2) = \sum_{\ell=1}^3 \iint_S G_{R\ell}(x_1, x_2 | \xi_1, \xi_2) g_{R\ell}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (R=1, 2, 3) \quad (1)$$

ここで、 U_R 、 $g_{R\ell}$ はそれぞれ接触面 S 内の既知変位、未知接触圧で、添字 R 、 ℓ は x_1 、 x_2 、 x_3 方向の成分を表わす。また、 $G_{R\ell}(x_1, x_2 | \xi_1, \xi_2)$ は二層弾性体の Green 関数である。いま、式(1)は解析的に解けないため、図-1に示すように接触面を有限個の要素に分割し、数値解析する上での仮定を次のように設ける。

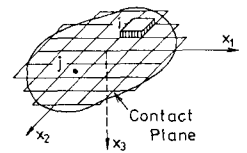


図-1 接触面の分割モデル

① 各要素内での接触圧は等分布、同位相とする。

② 各要素の変位は要素中央点の変位で代表させる。

このとき、式(1)は次式のように書き直せる。(図-1の記号参照)

$$U_R(j) = \sum_{i=1}^N \sum_{\ell=1}^3 \overline{G_{R\ell}}(j|i) g_{R\ell}(i) \quad (j=1 \sim N, N: \text{分割要素の総数}) \quad (2)$$

ここで、 $U_R(j)$ は要素 j の中央変位、 $g_{R\ell}(i)$ は要素 i の等分布接触圧の大きさを表わす。また、 $\overline{G_{R\ell}}(j|i)$ は Green 関数を要素 i について面積分して得られるもので、次式で表わされる。

$$\overline{G_{R\ell}}(j|i) = \iint_{S_i} G_{R\ell}(x_1^{(j)}, x_2^{(j)} | \xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (S_i: \text{要素}i \text{の面積}) \quad (3)$$

ここで、 $x_1^{(j)}$ 、 $x_2^{(j)}$ は要素 j の中央点の座標である。各要素の変位 $U_R(j)$ が既知であれば、式(3)を式(2)に代入して、各要素の接触圧 $g_{R\ell}(i)$ を未知量とする多元連立一次方程式に帰着する。さらに、複素剛性は、鉛直振動、ロッキング振動(x_3 軸回り)および水平振動(x_1 方向)に対して、それぞれ次式によって求められる。

$$K_{VV}(a_0) = \sum_i S_i g_1(i) / \Delta_1, \quad K_{\theta\theta}(a_0) = \sum_i S_i g_2(i) x_1^{(i)} / \Omega_2, \quad K_{H1}(a_0) = \sum_i S_i g_3(i) / \Delta_1 \quad (4)$$

ここで、 $a_0 = \omega C / V_{S1}$ 、 Δ_1 、 Δ_3 は x_1 、 x_3 方向の変位、 Ω_2 は x_3 軸回りの回転角、 ω は加振円振動数、 C は本研究の場合剛基礎底面の x_1 方向の半幅、 V_{S1} は表層(第1層)の横波速度である。

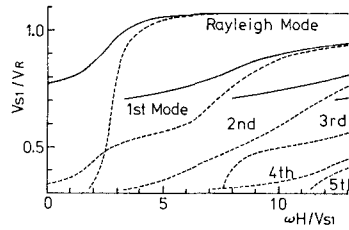
3. 表面波の分散性 式(3)を具体的に書き表わすと次式のような形となる。たとえば、

$$\overline{G_{11}}(j|i) = -\frac{1}{\pi^2 \mu_1} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{U(\kappa)}{\kappa F(\kappa)} \cos^2 \theta + \frac{V(\kappa)}{\kappa G(\kappa)} \sin^2 \theta \right\} T(\kappa, \theta) e^{i\kappa(X \cos \theta + Y \sin \theta)} d\theta d\kappa \quad (5)$$

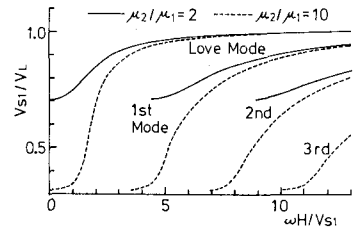
$$\overline{G_{33}}(j|i) = -\frac{1}{\pi^2 \mu_1} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{W(\kappa)}{\kappa F(\kappa)} T(\kappa, \theta) e^{i\kappa(X \cos \theta + Y \sin \theta)} d\theta d\kappa \quad (6)$$

ただし、 $T(\kappa, \theta) = \sin\{(a\kappa \cos \theta)/2\} \sin\{(b\kappa \sin \theta)/2\} / \cos \theta \sin \theta$ 、 $X = x_1^{(j)} - x_1^{(i)}$ 、 $Y = x_2^{(j)} - x_2^{(i)}$ 、また a 、 b は分割要素の x_1 、 x_2 方向の幅、 μ_1 は表層(第1層)のせん断弾性係数、 κ は波数 α 次元をもつ積分変数である。なお、 $F(\kappa)$ 、 $U(\kappa)$ 、 $W(\kappa)$ 、 $G(\kappa)$ 、 $V(\kappa)$ は表層、第2層の力学定数、ポアソン比 ν_1 、 ν_2 、せん断弾性係数 μ_1 、 μ_2 、密度 ρ_1 、 ρ_2 および表層厚 H 、加振円振動数 ω に依存する関数であるが、紙数の都合上詳細は文献²⁾に譲る。ところで、層状弾性体の場合、表面波は分散性を有することが知られており、この分散性については数多くの議論がなされている。図-2は二層弾性体の分散曲線($\nu_1 = \nu_2 = 1/3$ 、 $\rho_1 = \rho_2$ のとき)、すなわち式(5)、(6)の被積分関数の分母 $F(\kappa)$ および $G(\kappa)$ の根を示したものである。同図において、縦軸の V_R 、 V_L はそれぞ

れ Rayleigh 波, Love 波の速度を意味する。半無限弾性体 ($\mu_2/\mu_1 = 1$) の場合には, $V_{s1}/V_r \approx 1.072$ の 1 根のみ存在するが, 二層弾性体の場合には図一に示すように, $F(\kappa)$, $G(\kappa)$ は無次元振動数 $\omega H/V_{s1}$ の値によつて複数個の根を有することになる。このため, 式 (3) の積分は複数個の特異点を



(a) Rayleigh 波の分散曲線



(b) Love 波の分散曲線

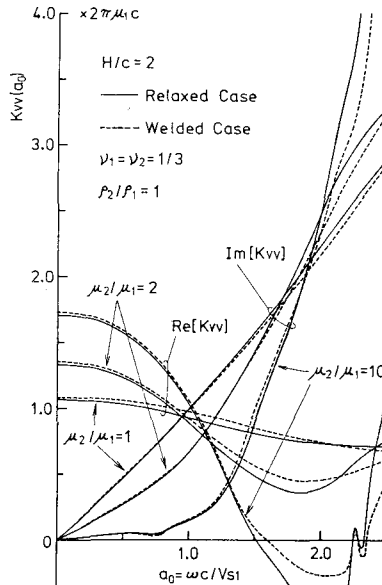
図一 二層弾性体の分散曲線

含む無限二重積分の形となり, 演算コストの面から実用的ではない。筆者らは, 文献 2) において, 分割要素に正方形を用いる場合, 式 (3) の積分を等価面積の円形等分布加振に対する積分で近似化してよいことを示した。本研究では, 文献 2) の成果をふまえて, 式 (3) の積分は等価面積の円形等分布加振に対する積分で代用した。

4. 複素剛性 計算例として, 構造物底面 ($2c \times 2d$) が正方形の場合のみを取り上げる。図一 3 ~ 5 は, 表層, 第 2 層のポアソン比を $\nu_1 = \nu_2 = 1/3$, 密度を $\rho_1 = \rho_2$ として, 鉛直振動, ロッキング振動および水平振動に対する複素剛性を示したものである。

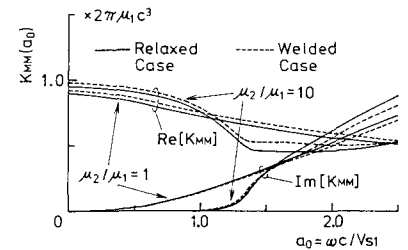
なお, 接触面の分割数 (図一 1) は, その数を増せば数値解に近づくわけであるが, ここでは 10×10 の分割メッシュとした。

まず, 全般的な傾向として, 鉛直振動の複素剛性が層剛性比 (μ_2/μ_1) の影響を受けているのに対して, ロッキング振動の複素剛性は変化は少ない。また, 二層弾性体の複素剛性は半無限弾性体 ($\mu_2/\mu_1 = 1$) の複素剛性に比べて, 無次元振動数 $\omega c/V_{s1}$ に対する変化が大きい。なお, これらの結果は, Luco³⁾ が調べた剛円

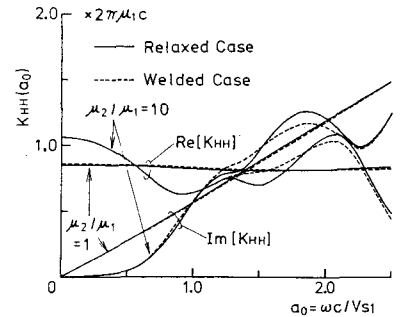


図一 3

複素剛性 (鉛直振動, $d/c=1$)



図一 4 複素剛性 (ロッキング振動, $d/c=1$)



図一 5 複素剛性 (水平振動, $d/c=1$)

盤の振動における傾向と一致している。次に, 二層弾性体の場合, $\omega c/V_{s1}$ が 1.0 以下ではいずれの場合も接触面における変位の拘束の有無による差異はないが, $\omega c/V_{s1}$ が大きくなるとともに差異が大きくなる傾向にある。また, 図がふくとうするため, $\mu_2/\mu_1 = 2$ の結果は鉛直振動の場合のみ図示したが, 層剛性比 (μ_2/μ_1) が大きくなるとともに変位の拘束の影響が大きくなる傾向にある。とくに, これらの傾向はロッキング振動および水平振動の複素剛性より鉛直振動の複素剛性で大きく表われている。

5. あとがき 本研究は, 接触面における変位の拘束が二層弾性体の円形以外の底面をもつ剛基礎底面の複素剛性に及ぼす影響を調べるために行, たものである。本文では限られたケースの結果のみを示したが, さらに構造物底面の辺長比 (d/c), 層厚 (H/c) 等の影響についても検討する必要がある。

文献 1) 富士田・北村・桜井: 土木学会第 54 回年講, 1980., 2) 北村・桜井: 工學論, No. 341, 17-4.

3) Luco: Nucl. Eng. Des., 31(2), 1974.