

東海大学大学院 学生員 〇〇上 哲太郎
東海大学海洋学部 正員 北原 道弘

1 諸言

本研究は、有限水深域における任意形状の弾性構造物と海洋波動との動的相互作用問題を積分方程式法により解析を行なうものである。本研究で取り扱う弾性体一流体系に関する相互作用問題の解析は、弾性体を薄板と仮定した解析^{(1),(2)}が行なわれているにすぎない。本研究では構造物を任意形状の線形弾性体と仮定し、この弾性構造物および流体に関する境界値問題を積分方程式に各々変換し、次に、得られた積分方程式を弾性体一流体共通の境界上での連続条件を与えることにより接続を行ない、弾性体一流体系に対する積分方程式系を定式化し、解析を行なうものである。本解析法は、多様化する海洋構造物の変形特性の解明および破壊問題の検討に対し、有用な手法であると言える。

2 基礎式および境界条件

領域をFig.1のように定義する。IおよびIIIは無限遠を含む一定水深域、IIは構造物および水深の変化による波の散乱が顕著な領域、IVは構造物である。

2.1 弾性体

領域IVの構造物を等方、均質、線形な弾性体と仮定し、変位ベクトルを $\bar{u}(x, t) = \text{Re}\{u(x) e^{-i\omega t}\}$ なる定常状態とすれば、弾性体の基礎式は次のようになる。 $(\omega$:角振動数, Re と $e^{-i\omega t}$ は以下略)

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \rho \omega^2 u = 0 \quad (1) \quad (\lambda, \mu: \text{Lamé定数}, \rho: \text{密度})$$

弾性体の表面(S_1)上の境界条件は応力ベクトル t_k について次のようになる。

$$t = \bar{T}u = \lambda n(\nabla \cdot u) + \mu n \cdot (\nabla u + (\nabla u)^T) = g_1 \quad (\text{on } S_1) \quad (2) \quad (n: \text{外向き単位法線ベクトル})$$

2.2 流体

領域I, II, IIIの流体に関しては、非圧縮性完全流体があり、無渦運動と仮定すると、速度ベクトル V および基礎式は速度ポテンシャル Φ を用いて次のようになる。(ただし、 $\bar{\Phi}(x, t) = \text{Re}\{\Phi(x) e^{-i\omega t}\}$ なる定常状態を考える。)

$$V = \nabla \Phi \quad (3) \quad \Delta \Phi = 0 \quad (4)$$

流体の自由表面(S_3)および海底面(S_5)上の境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \frac{\omega^2}{g} \Phi \quad (\text{on } S_3) \quad (5) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_5) \quad (6)$$

領域I, IIIにおける速度ポテンシャル Φ^I, Φ^{III} は次のようになる。 $(\Phi^I$:入射, Φ^r :反射, $\Phi^{SI, SII}$:散乱, Φ^t :通過波速度ポテンシャル)

$$\Phi^I = \Phi^i + \Phi^r + \Phi^{SI} = -\alpha e^{-ik(x_1 + l^{(1)})} + \alpha e^{-ik(x_1 + l^{(1)})} \frac{i\eta \cosh k(x_2 + h^{(1)})}{\omega \cosh k h^{(1)}} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_m}{\omega \cos k_m h^{(1)}} \frac{i\eta \cosh k_m(x_2 + h^{(1)})}{\cos k_m h^{(1)}} \cdot e^{-k_m(x_1 + l^{(1)})} \quad (7)$$

$$\Phi^{III} = \Phi^t + \Phi^{SII} = -\alpha e^{-ik(x_1 - l^{(2)})} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Q_m}{\omega \cos k_m h^{(2)}} \frac{i\eta \cosh k_m(x_2 + h^{(2)})}{\cos k_m h^{(2)}} \cdot e^{-k_m(x_1 - l^{(2)})} \quad (8)$$

ただし、 ω および k, k_m は次式を満足しなければならない。 $\omega^2 = g k \tanh k h = -g k_m \tanh k_m h$ (9)

また、仮想境界(S_4, S_6)上各領域における速度ポテンシャルは次の連続条件を満足する。

$$\Phi^I = \Phi^{II}, \quad \frac{\partial \Phi^I}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{II}}{\partial n} \quad (\text{on } S_4) \quad (10) \quad \Phi^{II} = \Phi^{III}, \quad \frac{\partial \Phi^{II}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{III}}{\partial n} \quad (\text{on } S_6) \quad (11)$$

なお、領域I, IIIにおいて散乱波は無限遠で放射条件を満足する。

2.3 弾性体と流体の境界上における連続条件

弾性体と流体の境界上(S_2)において、力学的および運動学的(応力および変位(速度))連続条件が成立しなければならない。即ち、 $t = -n P = -n i \bar{\rho} \omega \Phi^{II} \quad (12) \quad -i \omega u \cdot n = v \cdot n = (\nabla \Phi^{II}) \cdot n \quad (13)$ (P :流体圧, $\bar{\rho}$:流体密度)

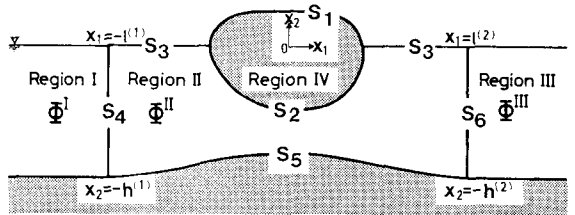


Fig. 1 Definition of the region

3 積分方程式による定式化

弾性体および流体の境界における変位および速度ポテンシャルに関する積分表現は次のようになる。

$$(\text{弾性体}) \quad C \frac{\partial}{\partial n} u(x) = \int_S \{ U(x, y; \omega) \cdot (T_y^{\text{ex}} u(y)) - (T_y^{\text{ex}} U(x, y; \omega)) \cdot u(y) \} dS_y = (St)(x) - (Du)(x) \quad (14)$$

$$(\text{流体}) \quad C \frac{\partial}{\partial n} \Phi(x) = \int_S \left\{ G(x, y) \frac{\partial \Phi(y)}{\partial n} - \frac{\partial G(x, y)}{\partial n_y} \Phi(y) \right\} dS_y = (G\Phi)(x) - (H\Phi)(x) \quad (15) \quad (\text{但し } \Phi = \Phi^{\text{ex}})$$

基本解 U , G は次のようである。

$$U = \frac{i}{4\pi} \left[H_0^{(1)}(k|r|) \mathbf{1} + \frac{1}{k} \nabla \nabla \cdot \{ H_0^{(1)}(k|r|) - H_0^{(1)}(k|L|) \} \right] \quad (16) \quad G = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{r} \quad (17) \quad (\text{但し } r = |x - y|)$$

また、 $C \frac{\partial}{\partial n} u$, $C \frac{\partial}{\partial n} \Phi$ は二重層ポテンシャルの外極限としての自由項であり、境界がなめらかであれば、 $C \frac{\partial}{\partial n} u = \frac{1}{2} \mathbf{1}$, $C \frac{\partial}{\partial n} \Phi = \frac{1}{2}$ である。さらに (14) (15) 式の積分表現を離散化し、 u および Φ についてまとめ、マトリックス表現すれば次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} S_1 & S_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{D}_1 & \bar{D}_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (18) \quad \begin{Bmatrix} G_2 & G_3 & G_4 & G_5 & G_6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{H}_2 & \bar{H}_3 & \bar{H}_4 & \bar{H}_5 & \bar{H}_6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

(但し、添字 $1 \sim 6$ は境界 $S_1 \sim S_6$ の値に対応している。)

(18), (19) 式に境界条件 (2), (5), (6) 式連続条件 (10) ~ (13) 式を代入しまとめれば、次の連立一次方程式が得られ、問題はこの連立一次方程式を解くことに帰着される。

$$\begin{Bmatrix} -\bar{D}_1 & -\bar{D}_2 & S_2 N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 N_2 & -\bar{H}_2 & \frac{\omega^2}{g} G_3 - \bar{H}_3 & -\bar{H}_5 & G_4 N_5 - \bar{H}_4 N_4 & G_6 N_5 - \bar{H}_6 N_6 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -S_1 & 0 \\ 0 & -G_4 N_7 + \bar{H}_4 N_8 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} g_1 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

4 数値計算

Fig. 2 に示すようなモデルについて、構造物を鋼 ($G = 8 \times 10^{10}$ Pa) と仮定し、反射率 ($KR = Q^{\text{ex}}/Q^{\text{in}}$)、透過率 ($KT = Q^{\text{tr}}/Q^{\text{in}}$) に関して、Black と Mei の構造物を剛体と仮定した解析結果と比較したものが Fig. 3 である。両者はよく一致していることがわかる。次に構造物を弾性ゴムの板と仮定し、入射波による構造物の変位の状態を示したものが Fig. 4 である。構造物の変位は水面の波形と連続的に一致している。ここで構造物の変位は水面の変位に対して 2D 倍にプロットされている。なお、数値計算の詳細は当日会場にて発表する。

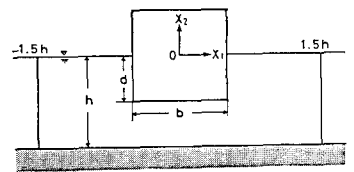


Fig. 2 Numerical model

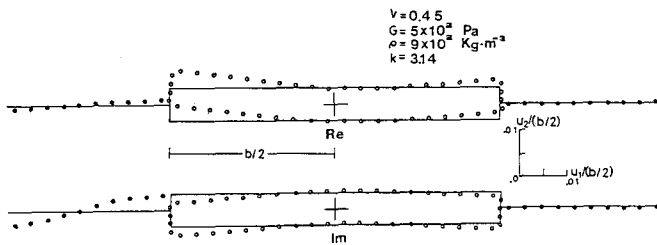


Fig. 4 Deformation of structure

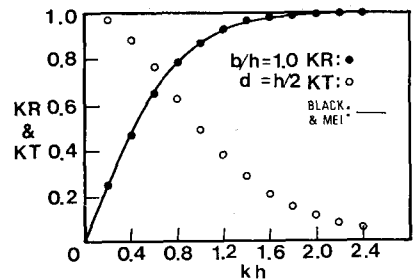


Fig. 3 Reflection and transmission coefficients

参考文献

- (1) Wen, Y. K. and M. Shinoguka; Analysis of Floating Plate under Ocean Waves, Proc. ASCE, vol. 98, pp. 177~190, 1972
- (2) Wen, Y. K.; Interaction of Ocean Waves with Floating Plate, Proc. ASCE, vol. 100, EM3, pp. 375~375, 1974
- (3) Black, J. L. and Mei, C. C.; Scattering and Radiation of Water Waves, Report no. 121, Dept. of Civil Engineering, Mass. Inst. Technol., 1970