

埼玉大学大学院 学生員 ○ 清水邦英
 埼玉大学工学部 正会員 川上英二

1. 緒言

剛性の高いタンク、橋脚、原子炉施設、鉄道車両¹⁾等の地震時挙動に関してロッキング現象は重要な現象の1つである。ロッキング挙動においては外力のわずかな違いに伴う応答の非線形的な変化が認められ、この現象を力学モデルを使って解析する事は可能であるが、将来の地震時における外力の推定の不確定性はかなり大きい。ため、確定論的解析では構造物の安全性を十分に把握することができないものと考えられる。鈴木・南井²⁾はスペクトル振幅が与えられたホワイトノイズ外力に対するロッキング応答の確率密度関数のモーメントを、幾つかの近似の下に解析している。本研究では確率密度関数を直接、差分法を用い数値計算により求める手法を確立し、得られた結果の妥当性について検討した。

2. 解析手法

図1に示される剛体が水平方向の地震外乱 $D(T)$ (T : 時刻) を受け、さらに衝突による角速度の減衰の効果をDiracのデルタ関数で表すと、ロッキングの運動方程式は次式で表わされる。

$$\frac{d^2 \theta}{dT^2} = -\lambda^2 \operatorname{sgn} \theta \sin(\theta_c - |\theta|) - Q(\theta, \dot{\theta}) + \frac{\lambda^2 D^2(T)}{g} \cos(\theta_c - |\theta|)$$

ここで $\lambda^2 = \text{Mag} / (I_G + Ma^2)$, $Q(\theta, \dot{\theta}) = \beta \delta(\theta) |\dot{\theta}| \dot{\theta}$, $\beta = 2(1-\nu)/(1+\nu)$, θ は変位角, M は剛体の質量, g は重力加速度, I_G は重心まわりの慣性モーメント, ν は剛体が床面と衝突することによる角速度の減衰率 [$\nu = (\text{衝突の直後の角速度}) / (\text{直前の角速度})$], $\delta(\theta)$ はDiracのデルタ関数である。無次元変位角 $x = \theta / \theta_c$, 無次元時間 $t = \lambda T$ を導入し、無次元変位角 x 及び角速度 $\dot{x}$ で表現した(図2)剛体の不規則応答を規定するFokker-Planck方程式は次式で求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\dot{x} \frac{\partial f}{\partial x} + [\theta_c^{-1} \operatorname{sgn} x \sin\{\theta_c(1-|x|)\}] \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} + \beta \delta(x) \frac{\partial}{\partial \dot{x}} [|\dot{x}| \dot{x} f] \\ & + \frac{S_0}{2} \cos^2\{\theta_c(1-|x|)\} \frac{\partial^2 f}{\partial \dot{x}^2} \end{aligned}$$

ここで $f(x, \dot{x}; t)$ は、時刻 t における x および $\dot{x}$ の同時確率密度関数、 S_0 はホワイトノイズの外力 $D(T)$ のスペクトル密度で表わされる値である。上式を差分法を用いて解析した。

3. 数値計算結果例

図3, 5は無次元変位角 x および角速度 $\dot{x}$ の同時確率密度関数 $f(x, \dot{x}; t)$ の時間ステップ数 $K=0$ (仮定した初期条件), 60, 120における分布の様子を示したものであり、図4, 6の実線は時間経過(横軸)に伴う領域全体の確率の変化、破線はロッキングを繰り返す領域(図2の領域①)の確率の変化を示したものである。ただし剛体モデルとしては $1/10$ の縮尺の貨車模型を最も単純にモデル化したものとし、 $x-\dot{x}$ 面は 1.00×1.00 に分割し、時間ステップ間隔は 0.015 にとり差分計算を行った。衝突による角速度の減衰、地震外乱の影響が共にない場合(図3, 4)には、ロッキングを繰り返す領域の確率がほとんど不変である(図4破線)ことから時間の経過につれて剛体の倒れるべきものは倒れ、ロッキングをするものはロッキングを繰り返すことがわかる。地震外乱の影響がある場合(図5, 6)には、ロッキングを繰り返す領域の確率が時間の経過につれて減少しており(図6破線)、地震外乱による転倒を示している。

4. 結論

ホワイトノイズ外力に対するロッキング応答の確率密度関数を差分法を用い数値計算した。衝突による角速度の減衰の効果、地震外乱等の影響を検討した各計算結果は妥当なものであり、本手法はある時間における剛体の挙動の確率密度関数および転倒に対する安全率を評価する1つの手段となり得る事がわかった。

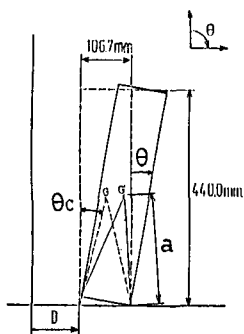


図1 剛体モデル

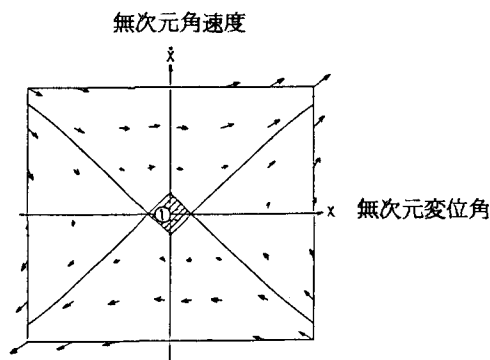


図2 ロッキング振動の状態図

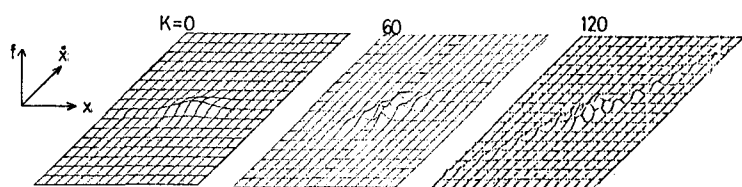


図3 衝突による角速度の減衰，地震外乱の影響が共にある場合 ($\beta = 0$, $S_0 = 0$) の確率密度関数

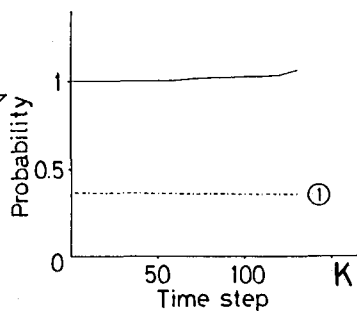


図4 確率の時間変化
($\beta = 0$, $S_0 = 0$)

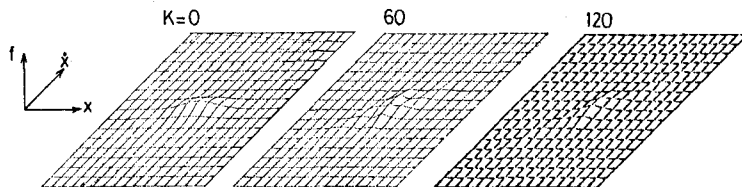


図5 地震外乱の影響がある場合 ($\beta = 0$, $S_0 = 0.3$) の確率密度関数

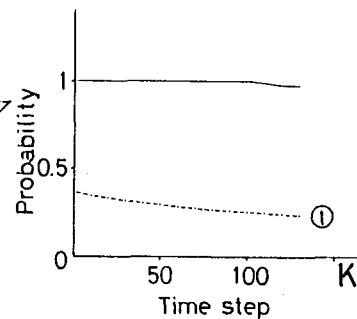


図6 確率の時間変化
($\beta = 0$, $S_0 = 0.3$)

謝辞: 本報告をまとめるにあたり埼玉大学工学部久保慶三郎先生，渡辺啓行先生に貴重な御助言を頂きました。記して深謝の意を表します。

参考文献

- 1) 川上・田島・秋山: 横振動を受ける鉄道車両のロッキング挙動に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, NO. 337, 1983.
- 2) 鈴木・南井: 剛体の不規則ロッキング振動とその安定性, 第31回応用力学連合講演会, 1981.