I-479　平面骨組構造物の強制振動（減衰）

信州大学正員 ○ 夏目正太郎
〃　〃　石川 請志

§1. はじめに

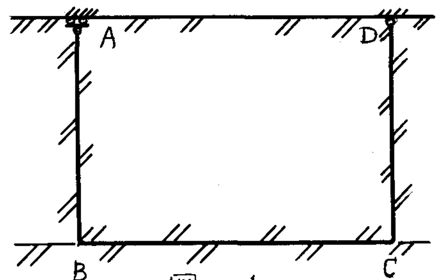


図-1.

層状のウィンクラー弾性地盤内に、U字型の平面ラーメンが埋設されている。（図-1参照）水平部材B-Cは下層内にあり、鉛直部材A-B, C-Dは上層に位置し、A端, D端は上下動は止められ、D端は水平動も止められたヒンジ支点である。各部材は弾性床上のはりとして挙動するものとす。更に、部材には、内部摩擦、と外部摩擦による減衰があり、いずれも変位速度に比例するものとす。

平面構造物としての挙動を論ずるのであるが、一本の棒の伸縮、たわみ振動の組み合せとして全体振動を考えればよい。従って、伸縮振動, たわみ振動の解は一般解と特殊解との和で示される。そして外力による強制振動としては特殊解の方で荷重マトリクスで扱うことになるので、一般解と特殊解との微分方程式は同じ型をしている。

$$U = U_h + U_p \ : \ U_h = \lfloor \cos\mu\rho \quad \sin\mu\rho \rfloor \mathbf{N}_{uh}\, e^{i\omega t} \quad , \quad U_p = \lfloor \cos\mu'\rho \quad \sin\mu'\rho \rfloor [\mathbf{N}_{up} + \langle \mathbf{K}_u \rangle]\, e^{ipt} \tag{1}$$

$$\mu^2 = \frac{A\gamma\omega^2/g + k_u + i\omega h_u}{EA(1+i\omega\varepsilon_u)} L^2 \quad ; \quad \mu'^2 = \frac{A\gamma p^2/g + k_u + ip h_u}{EA(1+ip\varepsilon_u)} L^2 \tag{2}$$

$$w = w_h + w_p \ : \ w_h = \lfloor \cos\nu\rho \quad \sin\nu\rho \quad ch\,\nu\rho \quad sh\,\nu\rho \rfloor \mathbf{N}_{wh}\, e^{i\omega t}, \ w_p = \lfloor \cos\nu'\rho \quad \sin\nu'\rho \quad ch\,\nu'\rho \quad sh\,\nu'\rho \rfloor [\mathbf{N}_{wp} + \langle \mathbf{K}_w \rangle]\, e^{ipt} \tag{3}$$

$$\nu^4 = \frac{A\gamma\omega^2/g - k_w - i\omega h_w}{EI(1+i\omega\varepsilon_w)} L^4 \quad ; \quad \nu'^4 = \frac{A\gamma p^2/g - k_w - ip h_w}{EI(1+ip\varepsilon_w)} L^4 \tag{4}$$

ここにおいて、自重や土圧分布を考慮するときは、座標マトリクスの後に、自重, 土圧による質量マトリクス $\mathbb{C}$ を挿入すべきである。この種のものは、付加質量として振動体と共に挙動するものとして処理されるのである。故に一部材の状態量としてはこれら変位から誘導される軸力, たわみ角, 曲げモーメント, せん断力がそれに当り、これらを一緒にくくって

$$\mathbf{W}_{h,p} = \begin{bmatrix} u \\ F \\ w \\ \theta \\ M \\ S \end{bmatrix}_{h,p} \tag{5}$$

となる。各節点では移行演算が行われるが、変位量の等しいことと、力釣り合いにより、射影マトリクス $\mathbb{\Pi}$ を仲介として

$$\mathbf{W}_{r+1} = \mathbb{\Pi}\, \mathbf{W}_r \tag{6}$$

から

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix}_{r+1,h} = \mathbb{G}_{rh} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix}_r \quad ; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix}_{r+1,p} = \mathbb{G}_{r,p} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix}_{r,p} + \mathbb{Q}_{r-1} + \langle \mathbf{K}_r \rangle \tag{7}$$

を得る。

§2. 境界条件と固有値計算

図-1に見られるように、A点とD点とが境界条件を与えることになる。

$$\mathbf{B}_L \mathbf{N}_L = 0 \ , \quad \mathbf{B}_R \mathbf{N}_R = 0 \tag{8}$$

特殊解の移行演算結果を入れて$\mathbb{N}_L$, $\mathbb{N}_R$を消去すれば固有マトリクス$\mathbb{N}_1$を求める連立方程式となり、外力によって決まるものである。また同次解の移行演算結果からは、固有値方程式が得られその根が複素固有値として求められる。

$$\mathbb{B}\,\mathbb{N}_1 = 0 \ ; \quad \det|\mathbb{B}| = 0 \tag{9}$$

$\mathbb{N}_1$のうち1つ未定常数をΩとして 右の固有値を入れれば

$$\mathbb{N}_1 = \mathbb{P}_{(\omega)}\,\Omega \tag{10}$$

とすることが出来る。故に状態量は

$$W_r = \sum_i^n \mathbb{D}\mathbb{R}\mathbb{C}_r\mathbb{G}_r\mathbb{P}_{i(\omega)}\Omega_i\, e^{i\omega t} + \mathbb{D}_r\mathbb{R}_r\mathbb{C}_r[\mathbb{G}_1\mathbb{N}'_{1p} + \mathbb{Q}_{r-1} + \langle \mathbb{K}_r \rangle]\, e^{ipt} \tag{11}$$

となる。ここにおいて初期条件すなわち、変位と変位速度がない静止であるとすれば、これら変位をFOURIER級数で表わしておくと、その各項がゼロである所から、Ω_nを決める方程式を得る

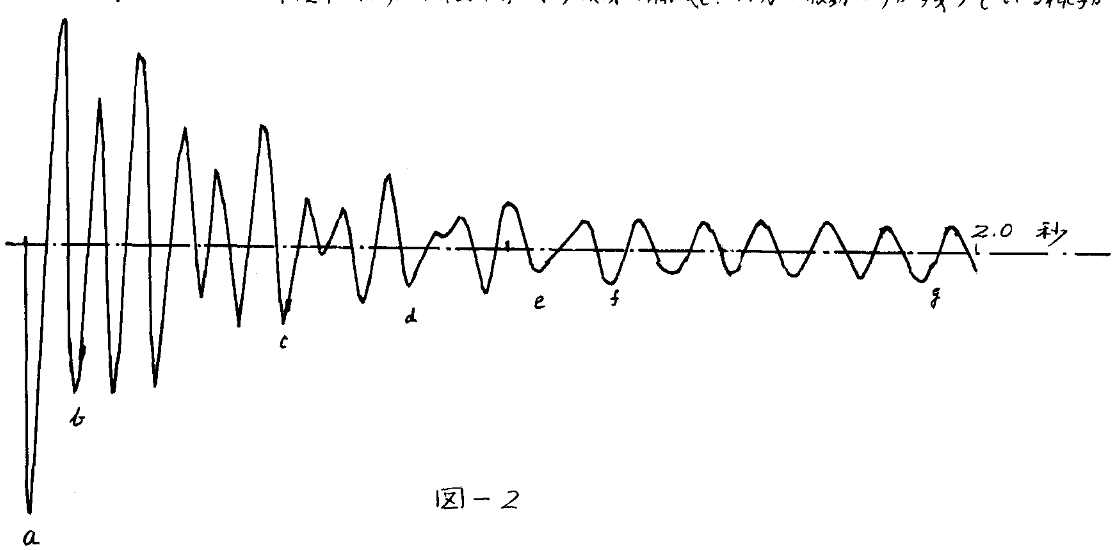
$$\mathbb{A}\,\Omega = \mathbb{B} \tag{12}$$

47.3664138	+ i 0.11217958
61.0079644	+ i 1.86035363
72.7218378	+ i 2.63142845
101.2537724	+ i 4.10749939
110.2035430	+ i 5.06922572
121.1954342	+ i 7.18539532
136.3503689	+ i 8.54138387
152.4760779	+ i 11.68696802
197.5688488	+ i 19.69971841
407.1570014	+ i 85.52909810
411.0727085	+ i 88.53094380
431.9961532	+ i 97.00877730

$E : 2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$ $EI = 364.3$ $A : 0.0056\ \mathrm{m^2}$ $\gamma = 7.8\ \mathrm{t/m^3}$
$h = \xi = 0.001$ $k_1 = 10\ \mathrm{t/m}$ $k_2 = 1\ \mathrm{t/m}$ $L = 8\ \mathrm{m}$
$\gamma_{e1} = 2.5\ \mathrm{g/cm^3}$ $\gamma_{e2} = 2.0\ \mathrm{g/cm^3}$

表：複素固有値

ここにおいてすべての未知数が求まったので、時間による状態量を求めることが出来る。A点における水平変位を示すと図－2である。弾性体の振動は減衰作用により次第に消滅し、外力の振動だけが残っている様子が



図－2

わかる。部材の各部の変位，応力等を求めうるので、振動時に生ずる応力分布により、耐震的配慮とも可能である。

参考文献： 谷本勉之助著 マトリクス構造解析（日刊工業新聞社）
谷本・石川共著 演算子法構造解析I（森北出版）