

北見工業大学 正員 三上 修一

北見工業大学 正員 大島 俊之

北大工学部 正員 能町 純雄

1. ま え が き

著者らはこれまで、長方形断面プリズム要素を用いて、繊維強化複合材料部材の静的三次元解析や複合部材中の波動伝播速度問題の解析を行ってきた。また、補強部材の任意配列および任意断面形状の複合材料部材に適用可能なアイソパラメトリックプリズム要素の理論関係式を誘導し、四辺形プリズム要素による厚肉円筒シェルの解析も行なっている。本研究ではこれに引続き、三角形プリズム要素の関係を誘導し、繊維強化円筒シェルの波動伝播速度問題に適用した結果を報告する。

数値計算は、軸対称波動と曲げ波動に関して、補強繊維と母材の弾性係数比、密度比による影響の比較を行なった。

2. 三角形プリズム要素関係式の誘導

図1のような三角形プリズム要素について、要素内変位を u, v, w とし、節点変位と形状関数で表すことができる。形状関数は次のように仮定する。

$$N_1 = (a_1 + b_1 y + c_1 z) / 2A \quad (1)$$

ここで $a_1 = y_2 z_3 - y_3 z_2$ 、 $b_1 = z_2 - z_3$ 、 $c_1 = y_3 - y_2$ ($1, 2, 3 = i, j, k$)、 A は三角形要素の断面積

三次元弾性論に基づく X, Y, Z 方向の運動方程式に三角形プリズム要素を用いて、ガラーキン法を適用し、応力と歪の関係を代入し、 X 方向には調和進行波を仮定すると次のような節点力と節点変位の関係式が得られる。

$$\{T\} = ([K] - C^2[M])\{u\} \quad (2)$$

$$\{u\} = \{u_q \quad v_q \quad w_q\}^T$$

$$\{T\} = \{T_p \quad Y_p \quad Z_p\}^T$$

$$[K] = [K_{pq}]$$

$$[M] = [M_{pq}]$$

$$K_{pq} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ \text{sym.} & K_{22} & K_{23} \\ & & K_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_{pq} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & M_{22} & 0 \\ & & M_{33} \end{bmatrix}$$

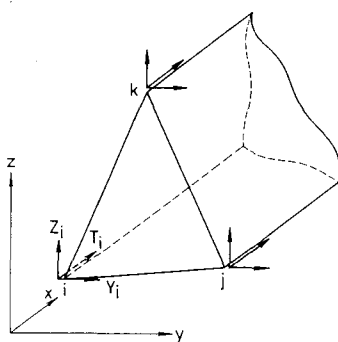


図1 三角形プリズム要素

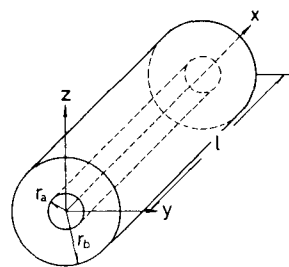


図2 円筒シェル

$$K_{11} = (2\mu + \lambda) K_{pq} M^2$$

$$+ \mu A (b_p b_q + c_p c_q)$$

$$K_{12} = (\mu b_p K_q - \lambda K_p b_q) M, \quad K_{13} = (\mu c_p K_q - \lambda K_p c_q) M$$

$$K_{22} = (2\mu + \lambda) b_p b_q A + \mu c_p c_q A + \mu K_{pq} M^2$$

$$K_{23} = \lambda b_p c_q A + \mu c_p b_q A$$

$$K_{33} = \mu K_{pq} M^2 + \mu b_p b_q A + (2\mu + \lambda) c_p c_q A$$

$$M_{11} = K_{pq} M^2 = M_{22} = M_{33}$$

$$K_{pq} = \int_V N_p N_q dV, \quad K_p = \int_V N_p dV, \quad K_q = \int_V N_q dV$$

$$M = 2\pi / \ell, \quad C^2: \text{固有な位相速度の自乗}$$

ここで、サフィックス p, q はそれぞれ、 i, j, k と変化する。 μ, λ はラーメの定数である。また、係数中に含まれる積分は簡単な形で表すことができる。

3. 円筒シェルの解析結果

図2のような構造に対して、対称性を考慮して1/4の断面について解析する。前節で誘導された三角形プリズム要素関係式を用いて各節点ごとに補強繊維を考慮した節点力の動的釣合式より固有値方程式を得る。本解析において、要素分割数は128個とし、 $ra=100\text{ cm}$ 、 $rb=150\text{ cm}$ 、 $\nu=0.25$ 、補強繊維と母材の断面積比 $\eta=0.12$ 、補強材と母材の弾性係数比 $E_f/E=5, 10, 20$ 、密度比 $\rho_f/\rho=1, 3, 5, 10$ として軸対称波動および曲げ波動の位相速度分散曲線について比較をおこなった。図3～図6の中の破線は、補強材の無い場合である。また、縦軸は、位相速度とせん断波速度との比 C/C_s 、横軸には、円筒の肉厚と波長の比 h/ℓ で表している。

(1) 軸対称波動

図3は $h/\ell=0$ で、破線との差は E_f/E が大きくなると0.17、0.54、1.14となって増加している。図4は、 $h/\ell=0$ で密度比が大きくなると、破線との差は0.84、0.54、0.33、0.0と減少している。

h/ℓ が大きくなるとこの関係は逆転している。

(2) 曲げ波動

曲げ波動の場合も、 h/ℓ が0.03より大きい範囲では軸対称波動とほとんど同様な傾向がみられる。また、図5では、 E_f/E が大きくなる程、途中に見られる極値が不明確になって

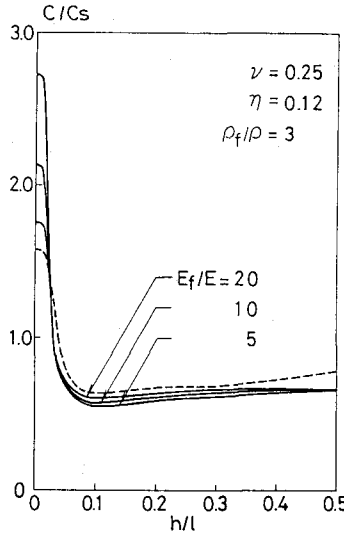


図3 弾性係数比の影響

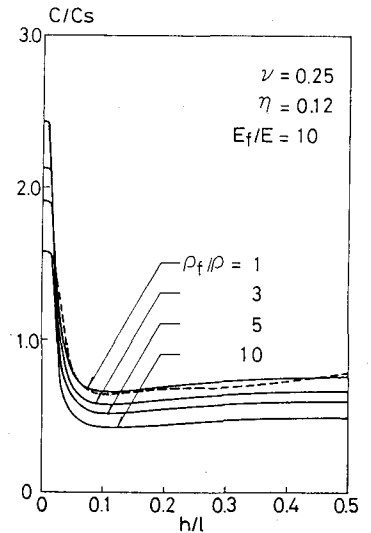


図4 密度比の影響

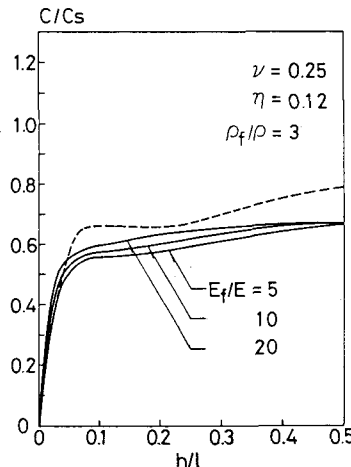


図5 弾性係数比の影響

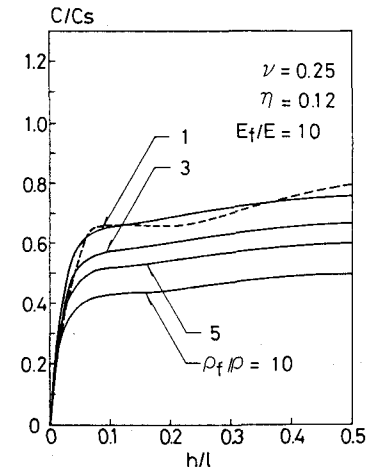


図6 密度比の影響

参考文献

- 1) 大島・能町・関口: Finite Prism Method による繊維強化円筒シェルの三次元解析, 土木学会北海道支部研究発表会論文報告集, 第40号, 1984.
- 2) 大島・能町: 有限プリズム法による繊維強化複合材の縦波動伝播速度の研究, 土木学会論文報告集, 第297号, 1980. 5