

岩手大学工学部 正員 岩崎 正二
北海道大学工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

近年、落石、雪崩などを防止するために作られるロックシェッドやスノーシェッドの設計荷重の見直しの問題、あるいは原子力施設、電力施設構造物に対する耐衝撃性の問題など土木構造物においても衝撃荷重に対する安全性の検討が必要になってきている。著者等は先に、衝突物が対象物に衝突する場合のモデルとして無限長梁あるいは単純支持梁に剛球が衝突する場合を考え、級数解法により考察を加えた。今回は任意の平面骨組構造物を対象として衝撃解析を行なえるよう有限要素法を適用し、一例として剛球の衝突によりラーメン構造物にどのような衝撃力が生じるかを明らかにしようとしたものである。

2. 解析理論

ラーメン構造物の任意点に剛球が初速度 V_0 で衝突する問題を考える。ノーマル・モード法により衝撃点での変位を誘導する。ベルヌーイ・オイラー梁要素を重ね合わせて衝撃力 $\{Q(t)\}$ を受けるラーメン構造物全体の運動方程式を組み立てると次式で表わされる。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = \{Q(t)\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ ：質量マトリックス、 $[K]$ ：剛性マトリックス、 $\{w\}$ ：節点変位ベクトル、またドットは時間に関する微分を表わす。

式(1)の解を固有ベクトルからなるマトリックス $[V]$ と一般化座標

$\{z\}$ で表わすと次式のようになる。 $\{w\} = [V]\{z\} \quad (2)$

式(2)を式(1)に代入、 $[V]^T$ を左側から乗じると、直交関係より $3n$ 個 (n ：節点数) の非連成運動方程式が得られる。

$$M_r^* \ddot{z}_r + K_r^* z_r = P_r^*(t) \quad (r = 1, 2, \dots, 3n) \quad (3)$$

ここで、 $M_r^* = \{V_r\}^T [M] \{V_r\}$ 、 $K_r^* = \{V_r\}^T [K] \{V_r\}$ 、 $P_r^* = \{V_r\}^T \{Q(t)\}$ 、 $\{V_r\}$ はマトリックス $[V]$ の r 番目の固有ベクトルを表わす。今 j 点に衝撃 $P(t)$ が部材に垂直に作用する場合、 $z_r(0) = \dot{z}_r(0) = 0$ の初期条件で式(3)を解くと下式のようになる。

$$z_r = \frac{1}{M_r^* n_r} \int_0^t V_{jr} P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (4)$$

ただし、 $n_r = K_r^* / M_r^*$ は固有値を表わし、 V_{jr} はマトリックス $[V]$ の j 行 r 列要素を表わしている。従って式(2)における S 番目の点の変位は次式のようになる。

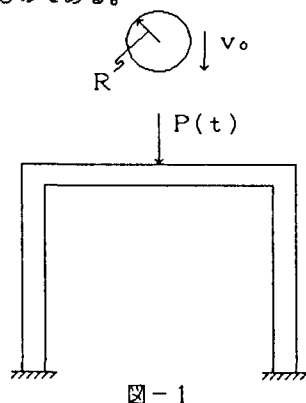
$$w_s = \sum_{r=1}^{3n} \frac{V_{sr}}{M_r^* n_r} \int_0^t V_{jr} P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (s = 1, 2, \dots, 3n) \quad (5)$$

衝撃点での変位 w_j は

$$w_j(t) = \sum_{r=1}^{3n} \frac{V_{jr}^2}{M_r^* n_r} \int_0^t P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (6)$$

次に剛球の運動方程式は、剛球の質量を M 、剛球の梁へのくいこみ深さを δ とすると下式のようになる。

$$M(\ddot{w}_j + \delta) = -P(t) \quad (7)$$



式(7)を解くと剛球の変位 $u(t)$ は

$$u(t) = w_j + \delta = -\frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau + v_0 t \quad (8)$$

一方、Hertzの接触理論より P と δ の関係を次式のように仮定する。

$$\delta(t) = K P^{\frac{2}{3}}(t) \quad (9)$$

ここで、

$$K = S \left[\frac{9\pi^2(k_1 + k_2)^2}{256 C_R} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1}, \quad k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}$$

ν_1, ν_2, E_1, E_2 はそれぞれ梁部材と剛球のポアソン比とヤング率を表わす。また、 C_R, S は接触する2物体間の接触面の主曲率の大きさと二つの主曲率平面のなす角とに関係する定数で表によって与えられている。¹⁾ 今回のように半径 R の球が平面に接触する場合は $C_R = R/2, S = 2$ となる。ただし R は剛球の半径を表わす。

式(6)、(9)を式(8)に代入すると剛球が衝突した場合に発生する衝撃力 P を定める非線型積分方程式が得られる。

$$K P^{\frac{2}{3}}(t) + \sum_{r=1}^{3n} \int_0^t \frac{V_r^2}{M_r n_r} P(\tau) \sin n_r(t-\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = v_0 t \quad (10)$$

次に、簡略理論としてラーメン構造の衝撃点に集中荷重 P が作用した場合の静的なたわみ解 $w_j = K_b P$ を使うと最大衝撃力 $P_{\max}$ を求める次のような6次方程式が求まる。

$$B^3 P_{\max}^6 + C^3 P_{\max}^5 + 3AB^2 P_{\max}^4 + 3A^2 B P_{\max}^3 - A^3 = 0 \quad (11)$$

ここで、

$$A = \frac{1}{2} M v_0^2, \quad B = \frac{K_b}{2}, \quad C = \frac{2}{5} K$$

また、 $B = 0$ とすると剛球が平面に落下した場合の最大衝撃力の式となる。

3. 数値計算例

数値計算例は図-1に示すような門型ラーメンの水平材中央に剛球が自然落下する問題を取扱った。なお計算にあたっては以下のような数値を用いた。

衝撃速度: $V_0 = 442.72 \text{ cm/sec}$, 剛球の半径: $R = 2 \text{ cm}$

水平材の寸法: 1: $2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$

2: $4.0 \text{ cm} \times 4.0 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$

3: $5.0 \text{ cm} \times 5.0 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$

柱材の寸法: $5.0 \text{ cm} \times 5.0 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$

ヤング率: $E_1 = E_2 = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

ポアソン比: $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

水平材および柱材の分割数はそれぞれ24分割とし、数値積分に際しての時間の刻みは $1 \mu\text{sec}$ とした。図-2はラーメンの衝撃点での衝撃力の時間的な変化を表わしたものである。

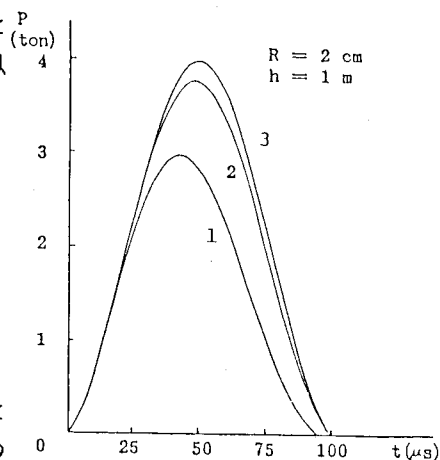


図-2

参考文献

1) Longin B. Greszczuk, IMPACT DYNAMICS, P60

2) 青柳史郎、構造物における衝撃現象の数値解析、土木学会論文報告集第206号、1972年10月