

専修大学北海道短期大学 正員 三上 敬司
 北海道大学 正員 能町 純雄
 室蘭工業大学 正員 松岡 健一

1. まえがき

この種の研究は、Bycroftが、半無限弾性体上へ剛体を落下させた場合の衝撃力を、光盤の動的コンプライアンスを用いて求め、理論と実験とを比較している。

この種の問題の衝撃実験において、昨年、電力中央研究所で、緩衝材としてアレイウッドを付けた50kgのキヤスクの落下衝撃実験を行っている。さらに、金沢大学の吉田²⁾は、ロックシェッドへの落石による衝撃実験を行っている。

本論文は、これらの衝撃実験の理論解として、図-1で示した通りに、減衰バネによって支持された質量Mの剛体と、ある高さHのところから、半無限弾性体上の剛密着している質量をもたない剛円盤上に、落下させた場合の減衰バネの変位、剛体の速度、衝撃力を求めてみた。

2. 理論解析

図-1の半無限弾性体上に剛密着している質量をもたない半径 r_0 の剛円盤の強制振動を作用させた場合の動的コンプライアンスを求めてみる。三次元運動方程式を半径方向、回転方向には、Fourier変換、鉛直方向には、Hankel変換を施して、三成分の変位を求め、さらに、それらを用いて、鉛直方向の応力を、次式のBycroftの弾性接触理論に従って、仮定する。

$$\sigma_z = \frac{\nabla e^{i\omega t}}{2\pi r_0 (r_0^2 - r^2)^{1/2}} \quad \text{for } r < r_0, \quad \sigma_z = 0 \quad \text{for } r > r_0. \quad (1)$$

そうすることによって、半無限弾性体の鉛直方向の変位を求め、それを逆変換し、さらに、平均鉛直変位を求めてみると、

$$S_0 = C_{vv}(a_0) \cdot \nabla e^{i\omega t} \quad (2)$$

ここで、 ∇ は、強制振動力、 $C_{vv}(a_0)$ は、動的コンプライアンスである。

図-1に示したように、バネ定数 k をもつバネと減衰係数 c をもつダッシュポットから成る減衰バネで支持された剛体を半無限弾性体へ落下させた場合の運動方程式は、減衰バネの変位は、 S_1 とすると、

$$M \frac{d^2 S_1}{dt^2} + c \frac{d}{dt} (S_1 - S_0) + k (S_1 - S_0) = 0 \quad (3)$$

減衰バネと衝撃力 ∇ との運動方程式は、

$$c (\dot{S}_1 - \dot{S}_0) + k (S_1 - S_0) = \nabla \quad (4)$$

(2), (3), (4)式を用いて、減衰バネの変位 S_1 、剛体の速度、衝撃力を求めると、

$$S_1 = \frac{U_0}{2\pi} \left(\frac{\rho_0}{q_0} \right)^{1/2} r_0 \int_0^\infty \frac{\{1 - (K + i2\sqrt{bk} a_0 \eta)\} e^{ia_0 \lambda} da_0}{(K + i2\sqrt{bk} a_0 \eta)(1 + ba_0^2 C_{vv}) - ba_0^2}, \quad \frac{dS_1}{dt} = \frac{U_0}{2\pi} \int_0^\infty \frac{ia_0 \{1 - (K + i2\sqrt{bk} a_0 \eta)\} e^{ia_0 \lambda} da_0}{(K + i2\sqrt{bk} a_0 \eta)(1 + ba_0^2 C_{vv}) - ba_0^2}$$

$$\nabla = M \frac{d^2 S_1}{dt^2} \quad (5) \quad \text{ここで、} a_0 = \left(\frac{\rho_0}{q_0} \right)^{1/2} r_0 \cdot \eta, \quad K = \frac{R}{G_0 r_0}, \quad C = \frac{2}{M R G_0}, \quad \eta: \text{減衰定数}, \quad b = M / \rho_0 r_0^2$$

$\lambda = \left(\frac{\rho_0}{q_0} \right)^{1/2} t / r_0$, U_0 : 剛体の落下初速度

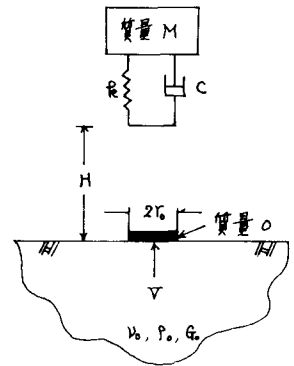


図-1

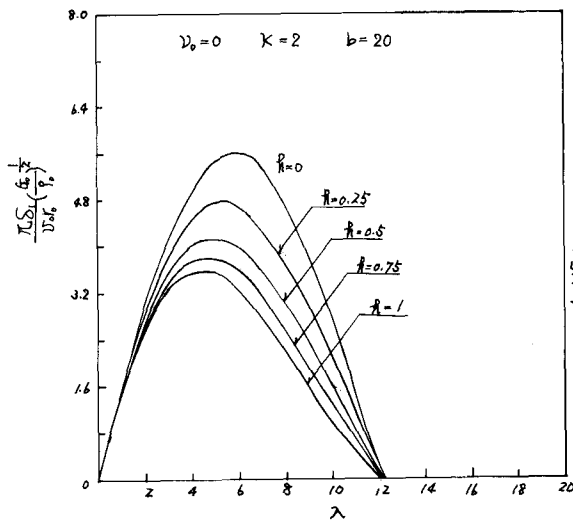


図-2

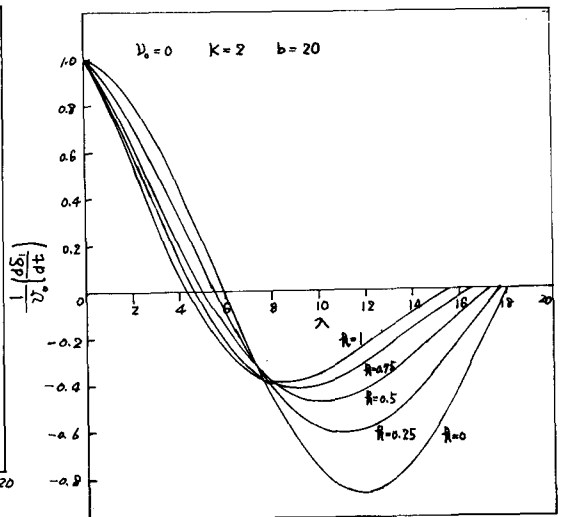


図-3

3. 数値計算例

数値計算例として、半無限弾性体のポアソン比 $\nu_0 = 0$ 、バネ比 $K = 2$ 、質量比 $b = 20$ の場合の減衰定数 $R = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$ の無次元時間 λ に対する減衰バネの変位、剛体の速度、衝撃力と求めてみた。

図-2では、衝撃時間に対する剛体を支持している減衰バネの変位を示している。減衰定数が大きくなるに従って最大変位とその時の時間も減少している。

図-3では、衝撃時間に対する剛体の速度を示している。 $\lambda = 0$ では、速度は、初速度に等しく、時間が経つにつれて、減少し、減衰定数が大きくなるに従って、顕著である。

速度が負であることは、剛体がはね返り、反発の速度の意味で、減衰定数が大きくなるに従って、短い時間で、最大速度に達し、減衰定数が小さくなるに従って、最大速度は小さくなる傾向にある。

図-4では、衝撃時間に対する衝撃力と示している。 $\lambda = 0$ で、 $R = 0$ では、衝撃力は、存在しない。減衰定数が、小さくなるに従って、それ程時間が経っていない時には、衝撃力は大きくなる。時間が経つにつれて、逆に、減衰定数が小さい程、衝撃力は大きくなる。さらに、減衰定数が大きくなるに従って、衝撃作用時間は、短くなる。

4. あとがき

数値計算結果として、それ程時間が経て、ない時には、減衰定数が大きくなるに従って、大きくなるが、最大衝撃力は、 $R = 0$ と $R = 0.75$ とが、ほぼ等しい。衝撃作用時間は、減衰定数が大きくなるに従って、より短い時間になる。

数値計算に関しては、北海道大学計算機センターの HITAC-M-280H と使用した。

5. 参考文献

- 1) G.N. Bycroft: "Impact of a Rigid Body on an Elastic Half Space" A.S.M.E. June, 1977
- 2) 古田 博 "防護覆い上への落石による衝撃力の推定に関する研究" 1月, 1984