I-419　　自己回帰法による地盤の動的パラメータの推定

金沢大学工学部　正会員　池本　敏和
金沢大学工学部　正会員　北浦　勝

1．まえがき

本研究では主として地盤の常時微動測定から，地盤の固有振動数や減衰定数を推定するための手法について考察を加える。地表面における常時微動測定は，その簡便さから地盤の振動特性を推定するために広く用いられている。一方，Burgによって提案された最大エントロピー法は[1]スペクトルの分解能が良く，観測記録のデータが少なくても比較的精度良いスペクトルの推定が可能である。この方法を用いると自己回帰（AR）過程の推定が可能であるため，地表面地盤において測定された常時微動のデータから地盤の動特性を推定することに有効であると考えられる。このときAR過程の次数については各種提案がなされているが，ここでは赤池が提案した AIC（情報量基準量）が最小となる次数を最適次数とする[2]。さらに板叩き法を用いて，地盤にせん断波を発生させたときの自由振動実験を行った結果と本方法による結果とを比較・検討する。

2．計算手法

時系列モデルは時間領域で定式化され，ある系からの出力を用いて系の同定あるいは制御を行うことができる。このためには，まず係数の推定が必要となってくる。ここでは常時微動の波形を入力として，定常確率過程を自己回帰（AR）モデルにあてはめることを試みる。時系列の係数が，観測データを用いてどのように決定されるかに関しては文献3）に詳しく述べられているので，ここでは簡単に述べる。

次数 m のAR過程を考えるとYule－Walkerの方程式が与えられ，結局解くべき連立方程式は次式(1)で示される。

$$\begin{bmatrix} C_0 & C_1 & \cdots & C_m \\ C_1 & C_0 & \cdots & C_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_m & C_{m-1} & \cdots & C_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_{m1} \\ \vdots \\ \alpha_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots (1)$$

自己相関関数 C_m をあらかじめ推定しないBurgの方法では，未知数は，$\alpha_{m1},\alpha_{m2},\cdots,\alpha_{mm},C_m,P_m$ である。ここに α_{mi} は予測誤差フィルター，P_m は $m+1$ 点の予測誤差フィルターからの平均出力を表す。つぎに，あらたな判断基準“予測誤差フィルターに信号を前向きに通す場合と逆向きに通す場合の平均出力 P_m を最小にする”を付け加えると式(2)，(2)' が得られる。

$$P_m = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(N-m)}\sum_{j=1}^{m}[(x_j+\sum_{i=1}^{m}\hat{\alpha}_{mi}x_{j+i})^2+(x_{j+m}+\sum_{i=1}^{m}\hat{\alpha}_{mi}x_{j+m-i})^2] \longrightarrow min. \qquad \cdots\cdots (2)$$

$$\frac{\partial Pm}{\partial\hat{\alpha}_{mm}} = 0 \qquad \cdots\cdots (2)'$$

$\hat{\alpha}_{mi}$ は m 次の予測誤差フィルターを設計するときの i 番目の係数を表す。式(2)' と次式(3)を用いれば，AR過程の係数が求まる。

$$\hat{\alpha}_{mi} = \hat{\alpha}_{m-1,i}+\hat{\alpha}_{mm}\cdot\hat{\alpha}_{m-1,m-i} \qquad \cdots\cdots (3)$$

次数 m の決定には従来から誤差の推定値FPE が多く用いられているが，ここでは赤池の提案した AIC（情報量基準量）を用いることにする。FPE とAIC との関係はガウス過程のもとでは次のように近似される。

$$AIC = N\cdot lnFPE(m) + C \qquad \cdots\cdots (4)$$

N：データ数，m：次数，C：定数

式(4)から次数 m が求められると，推定値 $\hat{\alpha}_{m1},\hat{\alpha}_{m2},\cdots\cdots,\hat{\alpha}_{mm}$ が得られ，代数方程式

$$y^{m} + \hat{\alpha}_{m1} \cdot y^{m-1} + \text{-----------} + \hat{\alpha}_{m,m-1} \cdot y + \hat{\alpha}_{mm} = 0 \qquad \text{------} \quad (5)$$

を解き，減衰定数，固有振動数が求められる。本解析では，式(5)の左辺を２次形に因数分解して解くベアストゥ法を使用した。

3．解析結果

解析に用いるデータは，埋立地などの軟弱地盤において測定された常時微動の加速度波形である。データ数は 512個、サンプリング間隔は0.02秒とした。地盤の応答解析では，系を多自由度の振動として取り扱う必要があるが，地震時に１次のモードが卓越するなどを考えて，ここでは地盤を１自由度の振動系として把えた。また，第１次近似としては地盤の振動を１自由度系でも十分表現できると思われる。このようなことから１自由度系の解析結果に対して考察を行う。

まず卓越振動数に関して，地表面の常時微動の波形を FFT法を用いて解析した結果と本方法による結果とを比較することにより，本方法の妥当性を検討する。地点７における両者のスペクトルは図１のようである。同様に１次卓越振動にのみ注目した結果を図２に載せる。図１，２から，本方法が地盤の卓越振動数を十分把えられることが改めて言える。この結果からも，本方法は計算時間が短く，かつデータ数が少なくても比較的精度良い推定が行えることが認められる。

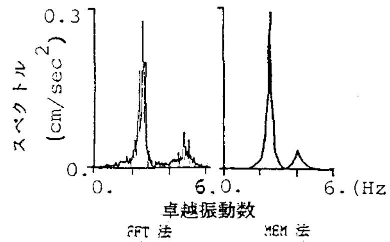

図-1 FFT 法とMEM 法とのパワースペクトルの比較

つぎに減衰定数について検討する。常時微動の測定地点のうち，軟弱地盤６地点において板叩き法を行い，地表面にせん断波を発生させ，地盤の減衰性の検討を行った。解析には，板より3m離れた位置での加速度形（東京測振製SL- 121 型）で測定された波形を使用した。解析結果の１例を図３に示す。同図に示される波形は計測機器の電気的なノイズと考えられる60Hzを除去するため，40Hz以下のローパスフィルターを通した結果である。図４には６地点の減衰定数の比較を行った結果を示す。板叩き法によって求まる結果を地盤の減衰定数のひとつの指標とすれば，同図からわかるように，本方法を用いることによって比較的精度良く地盤の減衰定数を求められることがわかった。若干，本方法の結果が板叩き法による結果に比べ大きくなる傾向があるが，この理由については現在検討中である。

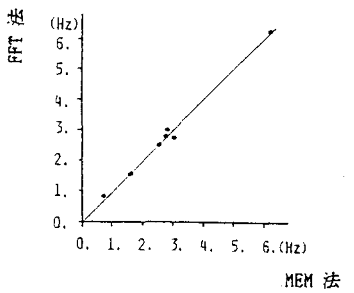

図-2 卓越振動数の比較

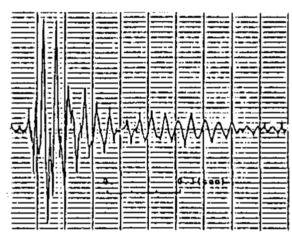
図-3 板叩き法による自由振動波形

以上，本方法を用いることによって，地盤の動的パラメータである卓越振動数と減衰定数を推定できることが明らかとなった。

4．まとめ

自動制御の分野で発達し，各分野への適応性の高い本方法は耐震工学の分野においても，多自由度，非定常問題へのアプローチに有効ある。地盤の動特性を表す卓越振動数と減衰定数を第１次近似ではあるが求められたことから，今後本方法が実用性の高いものになりうることが考えられる。

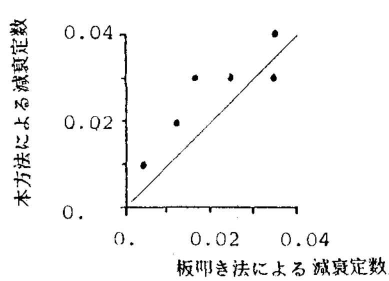

図-4 減衰定数の比較

最後に，本研究を実施するにあたり御指導を賜った本学・小堀為雄教授，多くの助言を頂いた宮島昌克助手に感謝の意を表します。なお，計算は金沢大学計算機センターFACOM M170F によって行った。

参考文献　1）日野幹夫：MEM・最大エントロピー法による新しいスペクトルの計算法，土木学会誌，pp.50-54，1976．7．，2）赤池弘次：情報量基準 AIC とは何か，数理科学，No.153，1976．，3）土岐・佐藤：時系列理論による強地震動特性の推定，京大防災研究所年報，第22号 B- 2，1979．