

京都大学工学部 学生員 津風呂雅彦

京都大学工学部 正 員 丹羽義次

京都大学工学部 正 員 廣瀬壮一

1. はじめに

わが国は、有数の地震多発国であり、しかも近年は原子力発電所やLNGタンクなどの重要構造物が数多く建設され、それらの安全性が問われる中で地震時に対する地震応答解析が要請されている。しかしながら、地震波の伝わる媒体である実際の地盤は、非線形性や不連続性など複雑な材料特性を持ち、それらすべてを考慮した地震応答解析を行うことは困難である。このような背景から本研究は、実際の地震応答の第一次近似として地盤を等方、均質かつ線形な弾性体とみなして、Fig. 1に示されるような凹形不整形地表面を有する3次元半無限地盤に、定常的な平面進行波が入射した場合の不整形面によって発生した散乱波の変位を、波数領域における積分方程式により、解析したものである。

2. 積分方程式法による定式化

Fig. 2に示される境界 $\partial S, \partial P, \partial P'$ における境界条件は、

$$t_k^T(x') = t_k^P(x') = t_k^S(x') = 0 \quad x' \in \partial S' \cup \partial P'$$

$$t_k^P(x') = 0 \quad x' \in \partial P'$$

である。ここで、 t^T は全応力ベクトル、 t^P は入射波による応力と反射波による応力 t^R との和で $t^P = t^T + t^R$ である。

この境界条件を考慮に入れて領域 D_0 における積分方程式を構成すると、

$$x \in D_0$$

$$0 = - \int_{\partial S'} D_{ik}^*(x, x') t_k^T(x') dS_{x'} - \int_{\partial P} D_{ik}^*(x, x') u_k^S(x') dS_{x'} + \int_{\partial P'} D_{ik}^*(x, x') u_k^A(x') dS_{x'} \quad \dots (1)$$

となり、 u^T は全変位、 u^P は散乱波の変位を表わす。

ここで、

$$D_{ik}^*(x, x') = \sum_{j=1}^3 L_{ikj}^*(x, x') \\ = \lambda \eta_{ik}^*(x') L_{ikj}^*(x, x') + \mu \eta_{ik}^*(x') \{ L_{ikj}^*(x, x') + L_{ikj}^*(x, x') \}$$

と表わされ、 λ, μ はLaméの定数、 $L_{ikj}^*(x, x')$ は基本解である。今までの境界積分方程式法による解析では、(1)式におけるfield point x を境界上へ極限移行して境界積分方程式を構成し、それを直接離散化して解を求めたが、本研究においては、(1)式に空間に関するフーリエ変換を作用させ、波数領域における積分方程式を構成し、それを離散化して解を求めることを試みる。まず、平面波を次のように定義する。

$$U_{\alpha\beta}^{\pm}(\beta_1, \beta_2; x) = \frac{1}{4\pi} U_{\alpha\beta}^{\pm} \exp(i\eta_{(0)i}^{\pm} x_i) \quad , \quad \bar{U}_{\alpha\beta}^{\pm}(\beta_1, \beta_2; x') = \frac{1}{4\pi} \bar{U}_{\alpha\beta}^{\pm} \exp(-i\eta_{(0)m}^{\pm} x'_m) \quad \dots (2)$$

(2)式の右辺の()のついた指標は総和をとらないとする。また、 U_{α} は変位ベクトル、 η_{α} は進行波ベクトルであり、 $\alpha=1, 2, 3$ によって各P波、SH波、SV波を示しており、次のように表わされる。

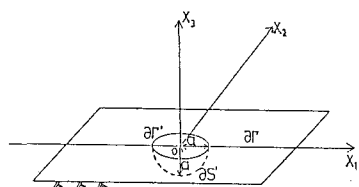


Fig. 1 凹形不整形地表面

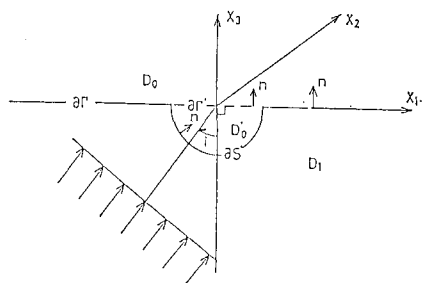


Fig. 2 凹形不整形地盤

$$\underline{r}_1^\pm = \left(\frac{k^\pm}{k^T}\right)^{\frac{2}{3}}(\underline{z}_1, \underline{z}_2, \pm \underline{z}_3), \quad \underline{r}_2^\pm = \left(-\frac{\underline{z}_2}{\Gamma}, \frac{\underline{z}_1}{\Gamma}, 0\right), \quad \underline{r}_3^\pm = \left(\underline{z}_1 \frac{\underline{z}_2}{\Gamma}, \underline{z}_2 \frac{\underline{z}_3}{\Gamma}, \mp \Gamma\right)$$

$$\underline{\eta}_1^\pm = k^L(\underline{z}_1, \underline{z}_2, \pm \underline{z}_3), \quad \underline{\eta}_2^\pm = \underline{\eta}_3^\pm = k^T(\underline{z}_1, \underline{z}_2, \pm \underline{z}_3)$$

ただし、 $\underline{z}_3 = \sqrt{1 - \underline{z}_1^2 - \underline{z}_2^2}$ 、 $\Gamma = (\underline{z}_1^2 + \underline{z}_2^2)^{\frac{1}{2}}$ 、 k^T は横波の波数、 k^L は縦波の波数である。

次に、散乱波による変位 u_k^s を、あらゆる方向に散乱する振幅 $\alpha_m(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ を持つ平面波の重ね合せで表わされるとし、次のように仮定する。

$$u_k^s(\underline{z}) = \iint_{-\infty, \infty} \alpha_m(\underline{x}_1, \underline{x}_2) \varphi_{mk}^-(\underline{x}_1, \underline{x}_2) d\underline{x}_1 d\underline{x}_2 \quad \text{----- (3)}$$

また、基本解についても同様に、平面波の重ね合せとして次のように表わされる。

$$L_k^A(\underline{z}, \underline{z}') = \frac{2i k^T}{\mu} \iint_{-\infty, \infty} \varphi_{ki}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}) \overline{\varphi}_{2k}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}') \frac{d\underline{z}_1 d\underline{z}_2}{\underline{z}_3} \quad \text{----- (4)}$$

(3), (4) 式を (1) 式に代入し、 $\underline{x}_1, \underline{x}_2$ に関してフーリエ変換を作用させると次式を得ることができる。

$$\begin{aligned} & \alpha_m \left(\frac{k^L}{k^T} \underline{z}_1, \frac{k^L}{k^T} \underline{z}_2 \right) \left(-\frac{i}{(4\pi)^2} \left(\frac{2\pi}{k^T} \right)^2 \right) C_{0k3}^+ (\underline{z}_1, \underline{z}_2) \overline{\varphi}_{mk}^+ \left(\frac{k^L}{k^T} \underline{z}_1, \frac{k^L}{k^T} \underline{z}_2 \right) \\ & + \iint_{-\infty, \infty} \alpha_m(\underline{x}_1, \underline{x}_2) \left[- \int_{\partial \Gamma'} \prod_{kj} \overline{\varphi}_{2j}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}') \varphi_{mk}^-(\underline{x}_1, \underline{x}_2; \underline{z}') dS_{x'} \right. \\ & \left. + \int_{\partial S'} \prod_{kj} \overline{\varphi}_{2j}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}') \varphi_{mk}^-(\underline{x}_1, \underline{x}_2; \underline{z}') dS_{x'} \right] d\underline{x}_1 d\underline{x}_2 \\ & = - \int_{\partial S'} \prod_{kj} \overline{\varphi}_{2j}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}') u_k^p(\underline{z}') dS_{x'} + \int_{\partial \Gamma'} \prod_{kj} \overline{\varphi}_{2j}^+(\underline{z}_1, \underline{z}_2; \underline{z}') u_k^p(\underline{z}') dS_{x'} \quad \text{--- (5)} \end{aligned}$$

ここで、 $C_{0k3}^+ = \lambda \delta_{kj} \overline{\varphi}_{1j}^+ \eta_{1p}^+ + \mu (r_{0k}^+ \eta_{03}^+ + r_{03}^+ \eta_{0k}^+)$ である。

(5) 式を離散化することによって連立一次方程式を得ることができ、それを解いて得られる $\alpha_m(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ を用いて (3) 式により、 $\underline{z}$ 点における散乱波の変位 $u_k^s(\underline{z})$ を求めることができる。

3. 数値解析例

ここでは、上記の方法により行った解析例として、入射波をSH波とし横波の波数 $ak^T = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$ とした $\underline{x}_2$ 方向の変位と、入射波をP波とし $ak^T = \frac{\pi}{3}$ とした $\underline{x}_3$ 方向の変位を示す。いずれも入射角 $\bar{\alpha} = 0^\circ$ (垂直入射) の場合である。本解析では、一般的な凹形不整形地盤を半球形とし、半無限地表面上の散乱波の変位のみを計算し、不整形球面上の変位は求めている。Fig. 3, 4より、波数を小さくすることによって変位は小さくなり、不整形半球の影響が小さくなることを確認できる。また、Fig. 5は、P波を垂直入射した場合の $\underline{x}_3$ 方向の変位であり、 $\underline{x}_3$ 軸を対称軸として軸対称な変位が求められているのがわかる。その他の解析例については当日発表する予定である。

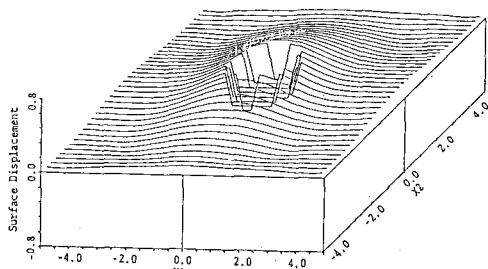


Fig. 3 入射SH波 ($ak^T = \frac{\pi}{3}$) 散乱波変位。

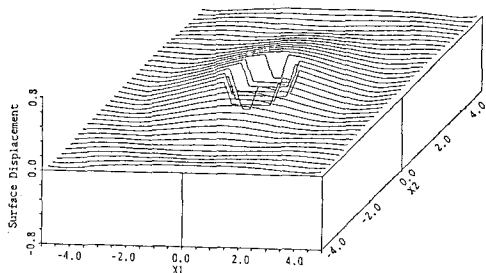


Fig. 5 入射P波 ($ak^T = \frac{\pi}{3}$) 散乱波変位

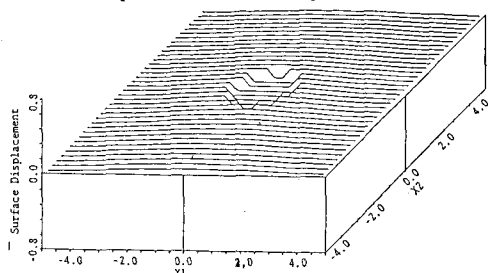


Fig. 4 入射SH波 ($ak^T = \frac{\pi}{5}$) 散乱波変位