I-374　　内部移動源による半無限弾性体の非定常応答

山梨大学・工学部　正員　平島健一
峡南高校・土木科　正員○西島浩史

1. 緒言

前回(1983年)の年講[1]において著者の一人は2次元的な半無限体の内部の一点に時間依存性の荷重ないし転位(クラック)が発生した場合の表面応答について閉じた型の解析解を求め，代表的な二，三の数値例によって，物体波および Rayleigh 波の影響について定量的な議論を行なった。[2] ここではそれらの結果を一歩進め，内部の一点で生じた波動源(クラックないし荷重)が表面と平行に定速度で移動するような場合に拡張し，表面のみならず物体内の任意位置における非定常応答を求めることができるように試みたものである。ここでは紙面の都合上，表面応答についての二，三の結果を報告するが，この種の問題は例えば"Compact tension test"における Acoustic emission に関して最近発表された Wadley & Scruby[3] や Scruby ら[4] の論文と深く関連するものでもある。

2. 基礎式と解法の概要[2]

変位表示した線形弾性体の運動方程式(Navier 方程式)のうち奥行方向(y方向とする)の変位 v が一定ないし零であるような2次元的な場合には次式で与えられる。

$$C_T^2\nabla^2 u+(C_L^2-C_T^2)\cdot(u_{,x}+w_{,z})_{,x}=\ddot{u}-\hat{F}_x(x,z;t)\ ,\quad C_T^2\nabla^2 w+(C_L^2-C_T^2)\cdot(u_{,x}+w_{,z})_{,z}=\ddot{w}-\hat{F}_z(x,z;t)\cdots\cdots(1)$$

ここに，

$$C_L=\sqrt{(\lambda+2G)/\rho}\ ,\quad C_T=\sqrt{G/\rho}\ ,\quad \nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2\cdots\cdots(2)$$

であり，λ，G は Lamé 定数，C_L，C_T は縦波，横波の伝播速度である。$\hat{F}_x$，$\hat{F}_z$ は単位質量当りの，時間依存性の体積力である。

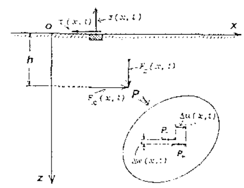


Fig. 1　Half-plane under the surface loads and the buried force and dislocation sources.

次に等質等方の構成関係式と幾何学関係式により応力成分を変位表示する。

$$\tau_{xx}=(\lambda+2G)u_{,x}+\lambda w_{,z}\ ,\quad \tau_{zz}=(\lambda+2G)w_{,z}+\lambda u_{,x}\ ,\quad \tau_{xz}=G(u_{,z}+w_{,x})\cdots\cdots(3)$$

いま，Fig. 1に示した半無限体の表面ならびに深さ $z=h$ の内部位置に時間依存性の荷重および転位(クラック)が生じたものとすれば，境界条件として次式が成立する。

$$\left.\begin{aligned}&\tau_{zz}=\sigma(x,t)\ ,\quad \tau_{xz}=\tau(x,t)\quad at\ z=0\\&[u]_{h-0}^{h+0}=\Delta u(x,t),\ [w]_{h-0}^{h+0}=\Delta w(x,t),\\&[\tau_{zz}]_{h-0}^{h+0}=-F_x(x,t),\ [\tau_{xz}]_{h-0}^{h+0}=-F_z(x,t),\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(4)$$

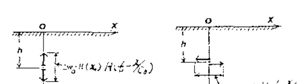
さらに，無限遠点($x,z\to\infty$)での放射の条件($u=w=0$)が式(4)に附与されることになる。

これらの条件のもとで基礎式(1)を時間に関しLaplace変換，座標xに関しFourier変換を実行し，また上記の境界条件も同様にLaplace－Fourier変換を行なって変換後の変位$\bar{u}^*$，$\bar{w}^*$に関する常微分方程式を解き境界条件の下で解けば$\bar{u}^*$，$\bar{w}^*$が陽に求めることができる。[2] その結果をFourier逆変換後にCagniardの方法を用いて実空間での解u，wが求められ，それらを式(2)に代入すれば応力成分が決定されることになる。

3. 数値計算例

(A) $z=h$ の位置に発生・移動する開口型クラック.

Fig. 2のように$(0,h)$の点で開口型クラックが発生し，移動速度C_0でx軸に平行にクラックが伝播してゆく場合を考える。この場合には式(4)を次式のように設定してやればよい。



(a) vertically opening discrepancy of displacement.　(b) horizontally shearing discrepancy of displacement.

Fig. 2　Point dislocation with step function of time at depth $z=h$.

$$\left.\begin{aligned}&\sigma=\tau=0\ ,\quad F_x=F_z=0\ ,\quad \Delta u=0\\&\Delta w(x,t)=\Delta w_0\cdot H(x)\cdot H(t-x/C_0)\ .\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(5)$$

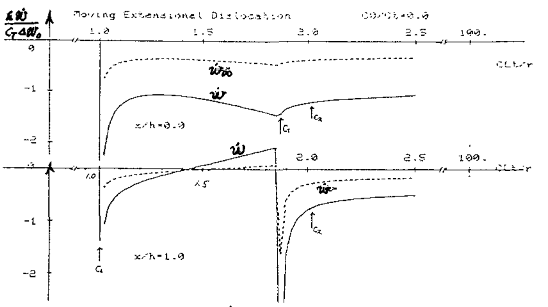


Fig. 3 Moving Extension ($\nu=0.3$, $C_0/C_T=0.0$)

前記の式(5)を所定の係数の式に代入し整理して最終的に表面上の代表的な位置での変位速度(particle velocity)を求めることができる。Fig. 3〜5はポアソン比を$\nu=0.3$とし移動速度C_0を3種類(i.e. $C_0/C_T=0.0, 0.5, 0.9$)に変化させた場合の鉛直方向変位速度$\dot{w}$を図示したものである。ここで横軸は無次元化した時間である。Fig. 3の点線は無限体とした場合の対応する結果を参考のため示してある。Fig. 4 & 5の横軸は無次元化移動座標として$(x-C_0t)/h$を用い、クラック発生後の時刻$T(=C_0t/h)$をパラメータとして数種の結果が図示されているがTの増大に伴ない、分布形は座標原点に関しほぼ対称性が現われる定常状態に近づいていることが観察される。Tが小さい間、すなわち急激がクラックの開口直後では極めて変動が多く非定常性の影響が顕著であることを示している。

(B) $z=h$の位置に発生・移動するせん断型クラック.

この場合にはFig. 2 (b)のようなsliding typeのクラックに相当し、これに対する境界条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\sigma=\tau=0,\ F_x=F_z=0,\ \Delta W=0,\\&\Delta U(x,t)=\Delta U_0\cdot H(x)\cdot H(t-x/C_0)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(6)$$

この場合の結果の一例がFig. 6 & 7に示されている。

4. 結言.

ここでは表面上の応答のみの簡単な例を示したが、内部点の挙動、Transonic & Supersonicの移動速度の場合あるいは実験結果[4)]との比較解釈等については講演会当日に発表する予定である。

参考文献:

1) 平島健一: 第38回土木学会年次講演会概要集, I-65. (1983). 2) 平島健一・J. Achenbach: 土木学会論文報告集, No. 341 (1984-1), 3) H.N.G. Wadley & C.B. Scruby: Int. J. Fracture, Vol. 19 (1983), pp. 111~128. 4) C.B. Scruby et al: J. Phys. D, Appl. Phys. Vol. 16 (1983), pp. 1069~1083.

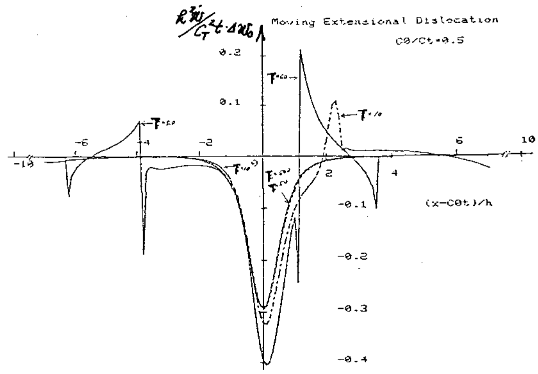


Fig. 4 Moving Extension ($\nu=0.3$, $C_0/C_T=0.5$)

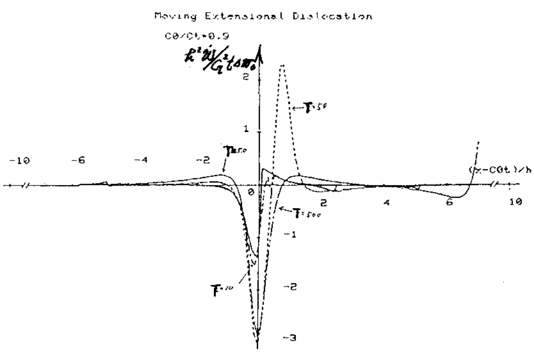


Fig. 5 Moving Extension ($\nu=0.3$, $C_0/C_T=0.9$)

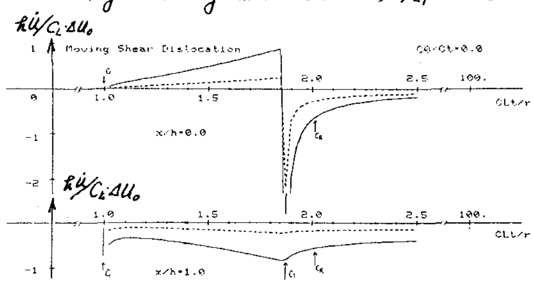


Fig. 6. Moving Shear Slide ($\nu=0.3$, $C_0/C_T=0.0$)

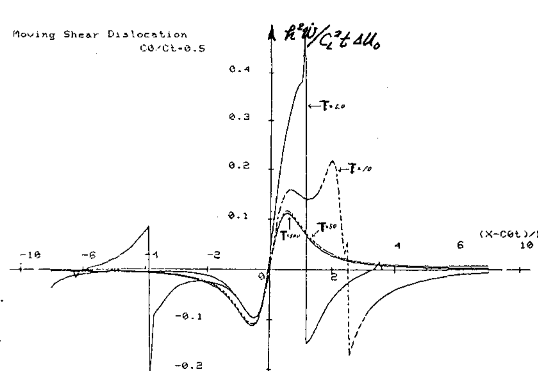


Fig. 7 Moving Shear Slide ($\nu=0.3$, $C_0/C_T=0.5$)