

京都大学大学院 学生員 清川 誠
 京都大学工学部 正 員 冊羽義次
 京都大学工学部 正 員 廣瀬 壯一

1. はじめに

一般に、検出された波動からその内部構造を推定する問題は、逆問題と呼ばれている。弾性波動の逆問題の研究は、材料工学における超音波探傷から地震学における地球の内部構造の解明に至る広い分野で研究されているが、その解析方法は波の到達時間差を解析するものがほとんどであり、波形をそれ自身を解析するものは数少ない。本研究は、弾性体内部のFLAWによる散乱波に注目し、散乱波を波形解析することにより弾性体内部構造の解明を行うものであり、AE計測装置を用いて、pitch-and-catchの波動実験を行うことにより内部のFLAWの弾性定数を求めるものである。

2. 問題設定と散乱波の積分表現

図-1(a)のように境界 ∂S で囲まれた領域 V は、線形で均質な弾性体であると仮定し、これを弾性体(A)と呼ぶことにする。弾性体(A)の弾性定数、密度は一定値 C_{ijkl}^* , ρ^* と与えられ、その変位、応力、物体力をそれぞれ、 u_i , σ_{ij} , b_i とする。一方、図-1(b)に示す様に(a)と同様の領域 V を定める弾性体(B)を考える。弾性体(B)は境界 ∂D で囲まれたある有限な領域 V_1 を除いた領域 V_2 において、弾性定数 C_{ijkl}^* , 密度 ρ^* をもつ均質弾性

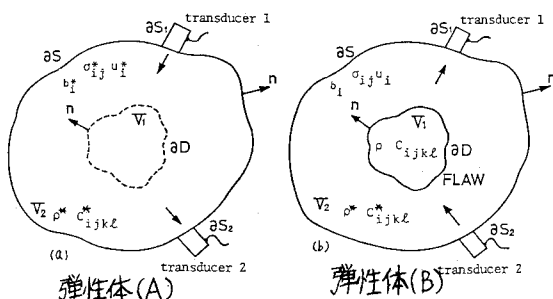


図-1 弾性体(A)と弾性体(B)

体とするが、領域 V_1 は V_2 の領域の物質と異なる均質な弾性体で、その弾性定数、密度をそれぞれ、 C_{ijkl} , ρ で与えられるものとする。また弾性体(B)の変位、応力、物体力をそれぞれ、 u_i , σ_{ij} , b_i とする。弾性体(A)では変換子1から波を入力、変換子2より波を出力する。逆に弾性体(B)では変換子2より波を入力し、変換子1より波を出力することにする。今、変換子が接着面に対して、その垂直成分しか検出しないうと、FLAWによる散乱波 δ^s は次の様に表現できる¹⁾

$$2S^s \int_{\partial S} f_i f'_i dS = \int_{V_1} u_{ij}^* \overline{C_{ijkl}} u_{kl} dV - \int_{V_1} u_i^* \bar{\rho} \omega^2 u_i dV \quad \dots \dots (1)$$

ここで、 S^s は散乱波のフーリエ振幅、 δ は定数、 f'_i は変換子1における表面の法線ベクトルであり、

$\overline{C_{ijkl}} = C_{ijkl} - C_{ijkl}^*$, $\bar{\rho} = \rho - \rho^*$ である。次に2つの近似を導入する。

- Born 近似・・・FLAW体積 V_1 内での全変位 u_i を入射波の変位 u_i^i に等しいと近似する。
- far-field近似・・・FLAWの中心から、入出力用変換子までの距離はFLAWの大きさには比べて大きい。

上の2つの近似を使い、座標軸を図-2のようにとり、P波に近似すると式(1)は次の様になる。

$$2S^s \int_{\partial S} f_i f'_i dS = C \cdot f(\lambda, \mu, \theta) \cdot \int_{V_1} e^{-i\mathbf{k}_L \cdot (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)} \cdot \mathbf{x}_i^T f dV \quad \dots \dots (2)$$

ただし $C = -\frac{\omega^2 \bar{\rho}}{(4\pi \rho^* \omega^2)^2} \sqrt{\frac{2\pi}{k_L (1 + \eta_2)}} e^{i\pi/4} e^{i\mathbf{k}_L \cdot (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)}$, $f(\lambda, \mu, \theta) = \frac{(\lambda - \lambda^*) + 2(\mu - \mu^*) \cos^2 \theta}{\lambda^* + 2\mu^*} \cdot \frac{\rho}{\rho^*} - \cos \theta$

k_L はP波の波数、 V_1 , V_2 はFLAWから変換子までの距離、 $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ は変換子1, 2の位置ベクトル、 $\mathbf{x}_i$ は $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ の単位ベクトル、 ω は角振動数、 λ , μ はLamé定数である。

3. 実験及び解析方法

本実験では、半径7.5 cm, 高さ15 cmの円柱形モルタルを解析モデルに対応したモデル供試体とし、弾性体(A)として、すべて均質モルタルから成る供試体(A)、弾性体(B)に対応するものとして、中央に半径0.65 cm,

及び1.3 cmの穴を繰り抜ききの中に石こうをつめた供試体(B)を用いた。AE計測装置を用いて、波のλ, 出力実験を行ない。さらに散乱波の波形をフーリエ変換することにより, FLAWによる散乱波のフーリエ振幅を得る。散乱波は式(2)のように表わされているが, 式(2)の右辺の積分項がθにほぼ一定であるとすると, 異なる2点θ₁, θ₂で得られた散乱波のフーリエ振幅 $S_{\theta 1}^f, S_{\theta 2}^f$ の比は次の様に表わされる。

$$S_{\theta 1}^f / S_{\theta 2}^f = f(\lambda, \mu, \theta_1) / f(\lambda, \mu, \theta_2) \quad \dots \dots (3)$$

これにより, FLAWのLamé定数μ, λは少なくとも異なる3点で実験を行ない, 式(3)で表わされる方程式を2組つくれば, 連立二元一次方程式の解としてλ, μに求まる。

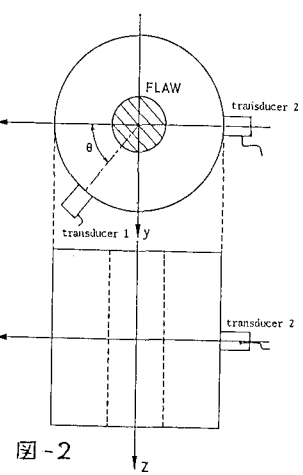


図-2

4. 結果

実験結果は, 図-3のように横軸に周波数(HZ), 縦軸にλ, μ(kg/cm²)の値を表わした。ある周波数で突発的な値は出てくるものの, だいたい一定値となり, その値はλ=54000(kg/cm²), μ=71000(kg/cm²)である。あらかじめ, 予備実験で得られたLamé定数の真値は表-1で示したとおりであり, 実験値は真値の約2倍となった。その原因を究明するために積分方程式を用いて理論的に求められたFLAWの散乱波をデータとして数値的に,

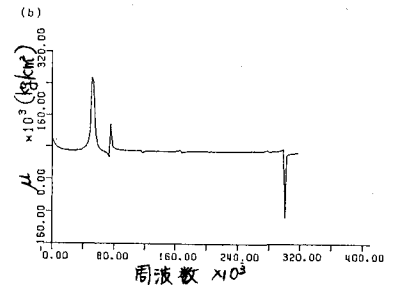
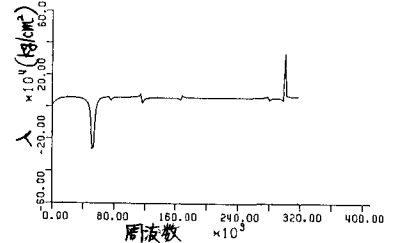


図-3, λ, μの値

(i) 外部物質とFLAWのP波速度比(CL_2/CL_1)

(ii) 外部物質とFLAWの密度比(ρ^*/ρ)

(iii) FLAWと検出点の距離とFLAWの半径の比(a_2/a_1)

(iv) 周波数

以上4つを変動させてLamé定数μとλを求めた。(図-4参照, 破線は真値を示す)。これによると(CL_2/CL_1)及び(ρ^*/ρ)の影響が非常に大きく精度に関し, 正解が得られる範囲がごく狭い区間に限られるが, (a_2/a_1)及び周波数は, 結果に大きな影響を及ぼさず, いかなる値に対してもほぼ真値に近い数値を示した。この結果より, 本研究で用いた2つの近似のうち, far-field近似は求められるLamé定数の精度にほとんど悪い影響を与えず妥当性があるが, Born近似は求められるLamé定数の精度に非常に大きな影響を及ぼすことがわかった。

表-1に示すように, 本実験に用いたモルタルと石こうのP波速度比(CL_2/CL_1)は約1.44であり, 図-4によると(CL_2/CL_1)が1.44に対応するλの値は真値の約2倍となっており, 実験により得られた結果と一致する。

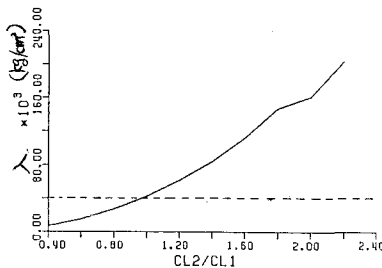


図-4 P波速度比の影響

表-1 予備実験結果

		Mortar	Plaster
P-WAVE SPEED (m/s)		3740.6	2471.1
S-WAVE SPEED (m/s)		2180.5	1513.2
DENSITY (kg/cm ³)		2.060 x 10 ⁻³	1.605 x 10 ⁻³
Lame CONSTANT (kg/cm ²)	λ	93990.0	25320.0
	μ	99700.6	37972.9
POISSON MODULUS		0.2426	0.2

参考文献: 1) G.S.Kino; The application of reciprocity theory to scattering of

acoustic waves by flaws, J. Appl. Phys, Vol. 49, No. 6, 1978.