確率構造を有する地盤中を伝播する地震動の平均波動

鹿島建設 ○正員 岡本裕昭
早稲田大学 正員 宮原 玄

1. 緒言 地震動の非再現性を伝播経路の確率構造特性により評価する。そして、その平均波動を定量的に作成する。又、境界値問題には、境界要素法(B.E.M)で解決する事が出来る。

2. 理論 提案理論の定量評価を一次元問題で行い、地震波のＳＨ成分波に提案理論の応用を行った。

i) 確率構造の定式化 確率構造の定式化は媒質の相関関数で行う。今回は次式を採用した。

$$D(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)=\langle g(\mathbf{r})\cdot g(\mathbf{r}')\rangle = D^2\exp(-AL\cdot|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) \quad (1)$$

$g(\mathbf{r})$は媒質の持つ確率変量である。$\langle\ \rangle$は平均を表す。

ii) 基礎方程式 基礎方程式はFourier 変換後の方程式とする。

一次元問題 $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\{k^2+g(x)\}u=-\delta(x) \quad (2)$$

二次元問題 $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\{k^2+g(x,y)\}u=-\delta(x)\delta(y) \quad (3)$$

kは波数を表す。

iii) 一般理論 確率構造体中の基礎方程式は、確率量を特性汎関数と演算子で表現する事より、Dyson 型の微積分方程式で表現される。この方程式は、平均波動の基本解である一次統計的Green関数を与える。

∘ Dyson 型微積分方程式（一，二次元問題の両方の場合を書く）

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+k^2\right)\langle u\rangle+\int dx\, M(x)\langle u\rangle=-\delta(x) \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+k^2\right)\langle u\rangle+\int dx\,dy\, M(x,y)\langle u\rangle=-\delta(x)\delta(y) \quad (5)$$

$M(\mathbf{r}-\mathbf{r}')=D(\mathbf{r}-\mathbf{r}')G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$

$G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$は自由空間での基本解である。

∘ 一次統計的Green 関数（一，二次元問題の両方の場合を書く）

$$G_1(|x|)=\exp(-b|x|)\frac{b-ia}{2(a^2+b^2)}\{\cos a|x|-i\sin a|x|\} \quad (6)$$

$$\left(a=\sqrt{\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}}},\ b=\sqrt{-\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}}},\ \alpha=k^2-\frac{D^2}{2(k^2+AL^2)},\ \beta=\frac{D^2\cdot AL}{2k(k^2+AL^2)}\right)$$

$$G_2(\rho)=-i/4\ H_0^{(2)}[k(a-ib)\rho] \quad (7)$$

$$\left\{\begin{array}{l} a=\sqrt{\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}}},\ b=\sqrt{-\frac{\alpha}{2}+\sqrt{\frac{\alpha^2+\beta^2}{4}}},\ \alpha=\frac{(AL^2+k^2)k^2-D^2}{(AL^2+k^2)k^2}-\mathrm{Re}(B),\ \beta=\mathrm{Im}(B) \\ B=\frac{D^2\cdot AL}{(AL^2+k^2)^{3/2}k^2}\log\frac{ik+AL-(AL^2+k^2)^{1/2}}{ik+AL+(AL^2+k^2)^{1/2}} \end{array}\right\}$$

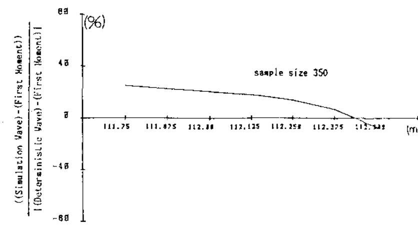


図１ 誤差(数値実験値)k=5.0pai;AL=0.1

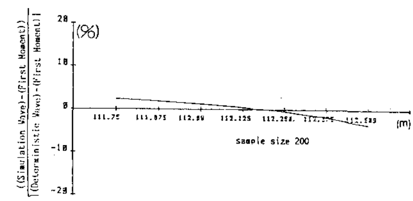
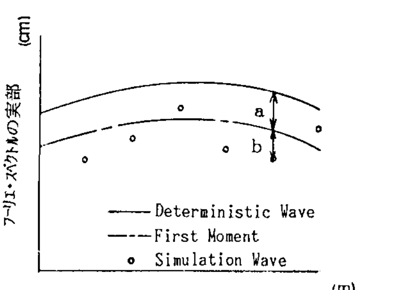


図２ 誤差(数値実験値)k=5.0pai;AL=0.2



a = ((Simulation Wave)-(First Moment))
b = |(Deterministic Wave)-(First Moment)|
図１と図２の縦軸の値はｂ/ａを表す。

図３ 図１と図２の説明図

iv) 境界値問題下での境界要素法を用いた解法 今回のモデルは円型でNeumann型境界条件を扱った。境界要素法へのこの提案理論の適用は、通常の確定問題での基本解、つまり、確定構造を持つ媒質中でのGreen関数を、上記の一次統計的Green関数に置き換えて定式化を行ったものである。

3. 数値解析結果

i) 一次元問題での理論の定量評価

三角級数モデルを用いて作成した一次元確率構造体中を伝播する波動について数値実験を行った。提案理論は、Fourierスペクトルを理論的に求め、その逆変換より波動の時間変化が求まる。よって定量評価は、Fourierスペクトルについて行った。(図1～3) これより解るのは、確率構造特性の強い図2の方が誤差が少く出ている事が分る。これは、評価方法に商を使っているためである。以上の数値実験より、本提案理論が、定量的に十分な精度を出すことが分る。

ii) SH成分波への理論の応用

境界条件がない場合の応用が図4～9である。確率波のパワーの低下が確認される。

iii) 提案理論のB.E.Mへの適用

円型でNeumann型境界条件を有する場合の解析にB.E.Mを用いた。(図10～16) 境界値問題下でも本理論の有用性が認められる。

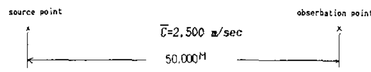


図4 観測Model

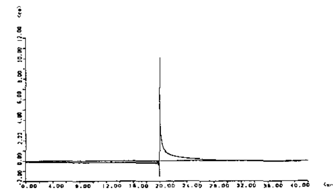


図5 変位(確定波)R=50,000m

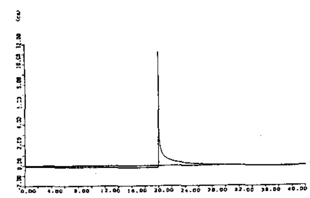


図6 変位(確率波-1)R=50,000m;AL=0.005

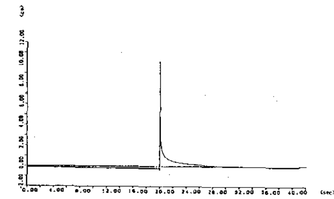


図7 変位(確率波-2)R=50,000m;AL=0.01

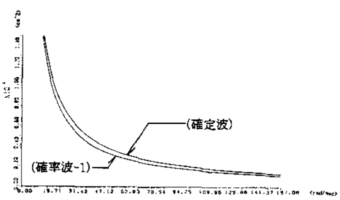


図8 パワースペクトル(確定波と確率波-1(R=50,000m;AL=0.005))

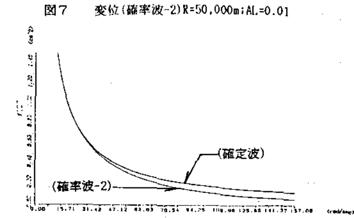


図9 パワースペクトル(確定波と確率波-2(R=50,000m;AL=0.01))

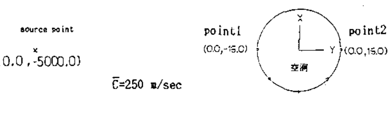


図10 観測Model

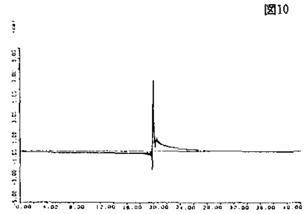


図11 変位(確定波)point1

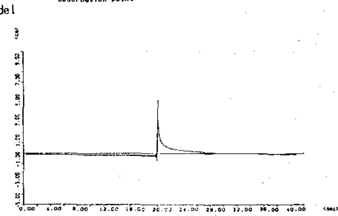


図12 変位(確定波)point2

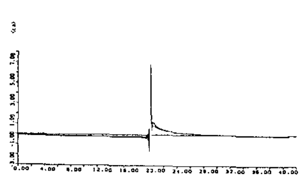


図13 変位(確率波)point1;AL=0.1

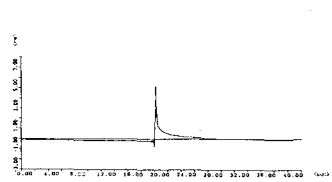


図14 変位(確率波)point2;AL=0.1

4. 結論

提案理論が定量評価にも十分耐え、境界値問題に対してもこの理論が適用出来る事が分った。この理論の展望として、二次相関関数を求め、地震波のSimulationへと発展させてみたい。

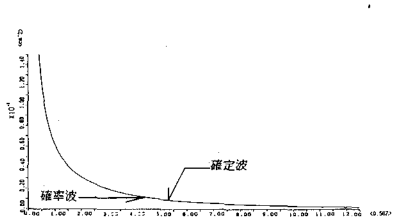


図16 パワースペクトル(確定波と確率波(AL=0.1))point2

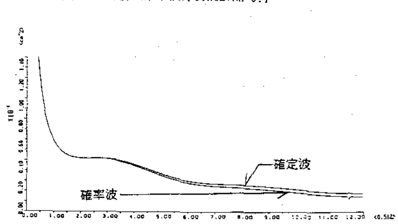


図15 パワースペクトル(確定波と確率波(AL=0.1))point1

(参考文献)

◦ランダム媒質内の波動伝搬：古津宏一(岩波書店)
◦物理とグリーン関数 今村 勤 (岩波全書)