

京都大学工学部 学生員 ○木嶋 健
 京都大学工学部 正員 小林昭一
 京都大学工学部 正員 田村 武

1. はじめに

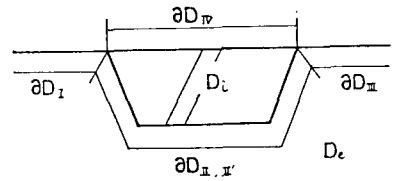
わが国には弱層が多く存在しているが、弱層及びその周辺が、地震時どのような挙動を示すかについては、いまだに不明確な点が多い。そこで本研究では、地震波動としてP波・SV波を仮定し、これらが弱層を含む半無限地盤に入射した際の定常応答について、境界積分方程式法(Boundary Integral Equation Method)及び有限要素法(Finite Element Method)を用いて数値解析を行なった。BIEM, FEMは、それぞれ、領域が無限にまで及ぶ場合、領域内の物理定数が異なる場合に定式化が容易である、との特徴を有する。ここでもこの両者の特徴を生かして、外部領域にBIEMを、内部領域にFEMを使用している。

2. モデルの定式化

ここでは、地盤を等方均質な2次元線形弾性体と仮定する。

モデル形状は右図に示すとおりである。

領域($D_e + \partial D_I + \partial D_x + \partial D_m$)においてはBIEMによる定式化を、領域($D_i + \partial D_x + \partial D_m$)においてはFEMによる定式化を行なう。そのあと、境界 ∂D_m 上において表面力がつり合い、変位が連続するという条件を満足するように両者の結合を行なう。



(i) 外部問題

2次元定常弾性問題の基本特異解は次のように与えられる。

$$\Gamma_{ik}^{(k)}(z, y) = \frac{i}{4\mu} \{ H_0^{(0)}(k_L r) \delta_{ik} - \frac{1}{k_L^2} \{ H_0^{(0)}(k_L r) - H_0^{(0)}(k_T r) \}_{,ik} \} \quad (1)$$

($H_0^{(0)}$: 第1種0次のHankel関数, $r = |y - z|$, k_L, k_T はそれぞれP波・SV波の波数)

Bettiの相反作用の定理を用いると、領域($D + \partial D$)において、次の境界積分方程式が成り立つ。

$$\frac{1}{2} u_k(z) = \int_{\partial D} \{ \Gamma_{ik}^{(k)}(z, y) t_i(y) - \Gamma_{ii}^{(k)}(z, y) u_i(y) \} dC \quad (z \in \partial D) \quad (2)$$

$$(\Gamma_{ik}^{(k)} = T_{ij} \Gamma_{jk}^{(k)}, \quad T_{ik} = \lambda n_i \partial_k + \mu n_j \delta_{ki} \partial_j + \mu n_j \delta_{jk} \partial_i)$$

ところで、領域内にある点の変位、表面力は、平面入射波、平面反射波、散乱波によるものの和で与えられる。外部領域のように領域が無限遠にまで及ぶ場合、無限遠での境界条件として、radiation conditionを満足しなければならない。これを満足する変数として、ここでは散乱波によるものを考えた。

区間($\partial D_I + \partial D_x + \partial D_m$)にわたって式(2)を適用し、離散化を行なうと、結局次に示す連立1次方程式が得られる。ここで、 u_s, t_s は、それぞれ散乱波による変位、表面力を表わしている。

$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_I} & T_{\partial D_x} & T_{\partial D_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_s(\partial D_I) \\ u_s(\partial D_x) \\ u_s(\partial D_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\partial D_I} & U_{\partial D_x} & U_{\partial D_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_s(\partial D_I) \\ t_s(\partial D_x) \\ t_s(\partial D_m) \end{bmatrix} \quad (3)$$

(T: 2重層, U: 1重層)

(ii) 内部問題

基礎式は、動弾性の基礎方程式に任意の変位ベクトルをかけ、部分積分を行なうことによって得られる。

$$\int_D (v_{i,j} \tau_{ij} - \rho \omega^2 v_i u_i) dS = \int_{\partial D} v_i t_i dC \quad (v_i \text{ は任意の変位ベクトル}) \quad (4)$$

領域 $(D_i + \partial D_x + \partial D_y)$ の要素分割を行ない、式 (4) を適用すると、結局次に示す方程式が得られる。

$$[K_{\partial D_x} \quad K_{D_i + \partial D_y}] \begin{Bmatrix} u(\partial D_x) \\ u(D_i + \partial D_y) \end{Bmatrix} = [F_{\partial D_x}] [t(\partial D_x)] \quad (5)$$

(K, F) は、形状関数、及び物理定数に依存する係数)

(iii) 定式化

$\partial D_x, \partial D_y$ の区間については、波長の2倍程度にとどめた。一方、境界上では表面力のつり合い条件 (6)、変位の連続条件 (7)、半無限地盤上での応力 free の条件 (8) が成り立つ。

$$t(\partial D_x) = -t(\partial D_x) \quad (6) \quad u(\partial D_x) = u(\partial D_x) \quad (7) \quad t(\partial D_x) = t(\partial D_y) = 0 \quad (8)$$

これを考慮すると、(3) と (5) は次のような1つの方程式で表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_x} & T_{\partial D_x} & T_{\partial D_y} & -U_{\partial D_x} & 0 \\ 0 & K_{\partial D_x} & 0 & F_{\partial D_x} & K_{D_i + \partial D_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u(\partial D_x) \\ u(\partial D_x) \\ u(\partial D_y) \\ t(\partial D_x) \\ u(D_i + \partial D_y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\partial D_x} u_{IR}(\partial D_x) + T_{\partial D_y} u_{IR}(\partial D_x) + T_{\partial D_y} u_{IR}(\partial D_y) \\ -U_{\partial D_x} t_{IR}(\partial D_x) - U_{\partial D_x} t_{IR}(\partial D_x) - U_{\partial D_y} t_{IR}(\partial D_y) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

($u_{IR} = u_I + u_R$, u_I は平面入射波によるもの
 u_R は平面反射波によるもの)

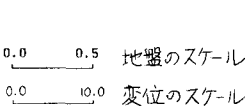
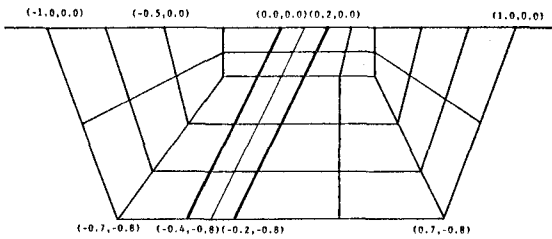
この式を解けば、境界上の変位、表面力、内部の変位を求めることができる。

3. 数値計算結果

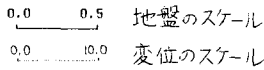
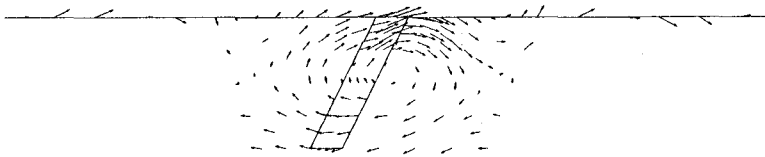
内部領域の要素分割は右上図に示すとおりである。図中の太線で囲まれた部分を弱層として計算を行なった。なお、離散化にあたり、ては、BIEM, FEM 共に2次アイソパラメトリック要素を用いている。

右図は、振幅1、波長1.57のSV波が鉛直下方から入射した時の地盤の応答である。この時の地盤条件は以下に示すとおりである。

- 弱層以外 $\rho = 1.0$
 $\nu = 0.25$
 $E = 1.0$
- 弱層部分 $\rho = 1.0$
 $\nu = 0.25$
 $E = 0.1$



REAL PART
 SV-WAVE
 W.L.=1.57
 I.A.=0.0



IMAGINARY PART
 SV-WAVE
 W.L.=1.57
 I.A.=0.0