I-363　ＢＩＥＭ－ＦＥＭハイブリッド法による斜面の動的解析

京都大学工学部学生員○梅田　聡
京都大学工学部　正員　小林昭一
京都大学工学部　正員　田村　武

１．まえがき

わが国のように地震の多発地域では，地震時における斜面の動的解析は重要なテーマである．そこで，本研究では斜面のある半無限地盤に弾性波（ＳＨ波）が入射した場合の斜面付近での応答解析を行う．解析手法として半無限地盤には境界要素法を，斜面周辺には有限要素法を適用することとし,二つの手法を併用することによりそれぞれの手法の特徴をいかすことができる．また，このＢＩＥＭ－ＦＥＭハイブリッド法は斜面付近の地盤が非均質な場合に特に有効である．

２．解析手法

Fig.1 で示す領域（$\partial D_{I}+\partial D_{II}+\partial D_{III}+D_e$）については境界要素法による定式化を，領域（$\partial D_{II}'+\partial D_{IV}+D_i$）については有限要素法による定式化を行う．この際，結合部分について，表面力が釣り合い変位が連続するという条件が満足されなければならない．但し，境界要素法による領域を外部問題，有限要素法による領域を内部問題と呼ぶことにする．

（ａ）外部問題

変位ベクトル$\underset{\sim}{u}$，応力ベクトル$\underset{\sim}{t}$をそれぞれ入射波による変位ベクトル$\underset{\sim}{u}_I$，応力ベクトル$\underset{\sim}{t}_I$と反射波による変位ベクトル$\underset{\sim}{u}_R$，応力ベクトル$\underset{\sim}{t}_R$の和と考える．

（１），（２）式

領域が無限遠にまで及ぶ境界値問題を解く場合，解の一意性を保証するために，無限遠における挙動を規定した条件『radiation condition』を満足しなければならない．反射波に対してはこの条件を満足するとし，反射波について積分方程式をたてる．（３）式

但し，Ｇ，Ｈは影響係数である．

ここで，ＳＨ波の半無限の基本解を用いる．つまり，Fig.1 の∂D_Iにおける応力freeの境界条件を満足するようにＸ軸に対称な鏡像を付け加えた無限領域を考える．これにより，積分方程式をたてる区間を減らすことができると同時に，領域∂D_Iは無限遠まで存在するが実際には有限区間で切らなければならないという問題が生じない．（４）式にＳＨ波の半無限の基本解を示す．但し，$r=|P-Q|$，$r'=|P'-Q|$，点p'は点ｐのＸ軸に対称な点である．この基本解を用いると（３）式は（５）式のように単純化できる．また，入射波はFig.1に示すように２つの波の和（$U_{I1}+U_{I2}$）で表せる．

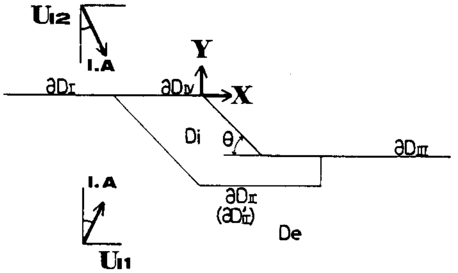

Fig.1

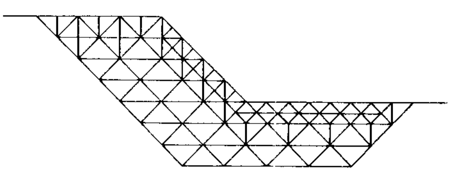

Fig.2

$$\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{u}_I + \underset{\sim}{u}_R \tag{1}$$

$$\underset{\sim}{t} = \underset{\sim}{t}_I + \underset{\sim}{t}_R \tag{2}$$

$$\left[H_{\partial D_I}\,H_{\partial D_{II}}\,H_{\partial D_{III}}\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{u}_R(\partial D_I)\\ \underset{\sim}{u}_R(\partial D_{II})\\ \underset{\sim}{u}_R(\partial D_{III})\end{bmatrix} = \left[G_{\partial D_I}\,G_{\partial D_{II}}\,G_{\partial D_{III}}\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{t}_R(\partial D_I)\\ \underset{\sim}{t}_R(\partial D_{II})\\ \underset{\sim}{t}_R(\partial D_{III})\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\Gamma(P:Q) = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(kr) + \frac{i}{4}H_0^{(1)}(kr') \tag{4}$$

$$\left[H_{\partial D_{II}}\,H_{\partial D_{III}}\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{u}_R(\partial D_{II})\\ \underset{\sim}{u}_R(\partial D_{III})\end{bmatrix} = \left[G_{\partial D_{II}}\,G_{\partial D_{III}}\right]\begin{bmatrix}\underset{\sim}{t}_R(\partial D_{II})\\ \underset{\sim}{t}_R(\partial D_{III})\end{bmatrix} \tag{5}$$

即ち, u_{I1}の進行方向単位ベクトルをn＝（n_1, n_2）とすると, u_{I2}の進行方向単位ベクトルはn'＝（$n_1, -n_2$）となり入射波u_Iは（6）式の様に書ける．但し，Aは振幅, $n\cdot x$ はベクトルの内積を示す.

（b）内部問題

有限要素法を用いて領域（$\partial D_{II}'+\partial D_{iv}+D_i$）を定式化する．（7）式　但し，K，Wは影響係数である.

（c）境界条件，結合条件

境界部分∂D_{III}では応力freeであり，結合部分∂D_{II}($\partial D_{II}'$)では表面力が釣り合い変位が連続することが必要である．（8）式　境界部分∂D_Iにおける応力freeの条件は，（a）で示す半無限の基本解を用いることにより満足する.

（1），（2），（5），（7），（8）式より，内部問題と外部問題を１つの連立方程式にまとめると（9）式の様になる．影響係数G，H，K，Wはモデルの形状が与えられれば決定でき，（9）式は解くことが可能で未知数$t(\partial D_{II})(=-t(\partial D_{II}'))$，$u(\partial D_{II})(=u(\partial D_{II}'))$ $u(\partial D_{III})$, $u(D_i+\partial D_{iv})$を求められる.

$$u_I = u_{I1} + u_{I2} = A e^{ik n\cdot x} + A e^{ik n'\cdot x} \tag{6}$$

$$\left[K_{\partial D_{II}'} \ K_{(D_i+\partial D_{iv})} \right] \begin{Bmatrix} u(\partial D_{II}') \\ u(D_i+\partial D_{iv}) \end{Bmatrix} = \left[W_{\partial D_{II}'} \right] \left[t(\partial D_{II}') \right] \tag{7}$$

$$\left. \begin{aligned} t(\partial D_{III}) &= 0 \\ u(\partial D_{II}) &= u(\partial D_{II}') \\ t(\partial D_{II}) &= -t(\partial D_{II}') \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} -G_{\partial D_{II}} & H_{\partial D_{II}} & H_{\partial D_{III}} & 0 \\ W_{\partial D_{II}'} & K_{\partial D_{II}'} & 0 & K_{(D_i+\partial D_{iv})} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t(\partial D_{II}) \\ u(\partial D_{II}) \\ u(\partial D_{III}) \\ u(D_i+\partial D_{iv}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_{\partial D_{II}} u_I(\partial D_{II}) - G_{\partial D_{II}} t_I(\partial D_{II}) + H_{\partial D_{III}} u_I(\partial D_{III}) - G_{\partial D_{III}} t_I(\partial D_{III}) \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

３．数値計算例

境界要素法，有限要素法ともに１次要素を用いる．積分方程式の離散化にはガウスの８点積分を利用し，有限要素法では三角形要素を用いて分割はFig.2 の様にする．数値計算例として，斜面傾斜45°の応答解析を下の条件のもとで行ったものを Fig.3 (REAL PART)，Fig.4 （IMAGINARY PART) に示す.

（条件）

段差　a

内部問題と外部問題は均質

波長　3.14a

入射角　45°

腹と節の関係

REAL PART　　　斜面上段で腹

IMAGINARY PART　斜面上段で節

この解析手法は斜面付近において非均質で弱層を含む場合に有効であり，またこのハイブッド法はP波，ＳＶ波にも応用できる.

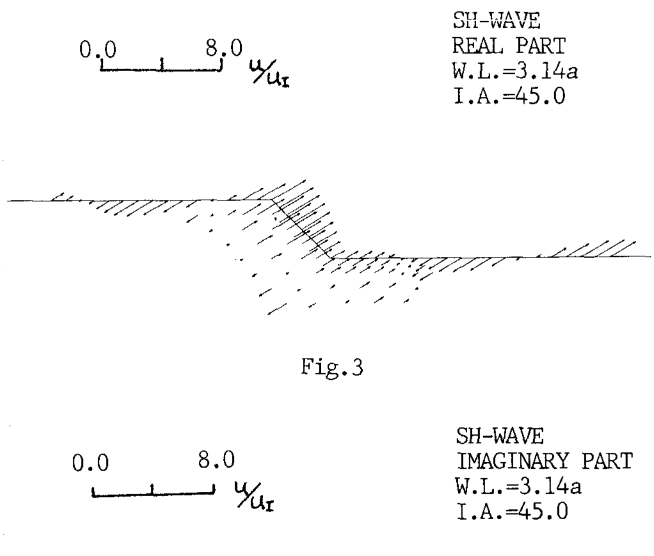

Fig.3

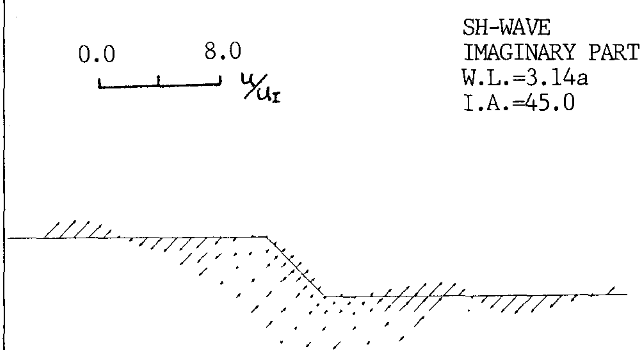

Fig.4