

日本道路公団 正員 ○角田 直行  
 大阪大学工学部 正員 小松 定夫  
 広島工業大学工学部 正員 中山 隆弘

1. まえがき

著者らは昨年の本講演会において、Priestley によって提示された Evolutionary Spectrum の概念に、Granger によって理論づけられた Complex Demodulation 法（以下、C.D.法と略記）を適用することによって地震動の非定常パワースペクトルおよび位相の非定常性を明らかにできることを報告した。<sup>1)</sup> 本研究はそこで得られた成果をさらに発展させて、前理論の非定常パワースペクトル応答解析への拡張を試みたものである。Evolutionary Spectrum の理論を用いて、振動系の非定常パワースペクトル応答解析を行おうとした代表的な研究としては、Hammond<sup>2)</sup> や篠塚<sup>3)</sup>の研究が挙げられる。しかし、そこで提示された入力-出力関係式を実際の地震応答問題に用いる場合には、解決しなければならない1つの重要な問題が残されている。それは、Evolutionary Spectrum の定義式に含まれる、いわゆる modulating function（以下、変調関数と呼ぶ）をいかにして決定するかということである。ここでは Hammondの方法に代わるものとして、C.D.法によって非定常スペクトルを求める過程で得られる情報を有効に活用して変調関数を決定する方法を提示し、実際の地震動にその方法を適用してみる。そして求めた変調関数を篠塚によって定式化されたスペクトル解析における入力-出力関係式に活用して応答解析を行い、その合理性と有用性を示す。

2. 非定常パワースペクトル応答解析の定式化

まず、Priestley による非定常不規則過程  $X(t)$  の定義式は、次式のように表せる。

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} dZ(\omega) \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 $\omega$ : 周波数,  $dZ(\omega)$ : 直交過程,  $A(t, \omega)$ : 変調関数である。

このとき、 $X(t)$  の Evolutionary Spectrum density

$f_x(t, \omega)$  は、 $f_x(\omega)$  の存在を仮定すれば次式で与えられる。

$$f_x(t, \omega) = |A(t, \omega)|^2 f_x(\omega) \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 $f_x(\omega) = E |dZ(t, \omega)|^2 / d\omega$  である。

ここで、

$$dF_x(t, \omega) = A(t, \omega) dZ(\omega) \quad \text{----- (3)}$$

とおけば、式(2)と式(3)との対応関係を考えてC.D.法によるスペクトル解析が可能になる。<sup>1)</sup>

いま式(3)における  $dF_x(t, \omega)$ ,  $A(t, \omega)$ ,  $dZ(\omega)$  をそれぞれ実部と虚部に分離して式(3)を書き改めれば、

$$\begin{Bmatrix} A_R(t, \omega) \\ A_I(t, \omega) \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} dZ_R(\omega) & -dZ_I(\omega) \\ dZ_I(\omega) & -dZ_R(\omega) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} dF_R(t, \omega) \\ dF_I(t, \omega) \end{Bmatrix} \quad \text{----- (4)}$$

となる。ここに添字の R および I は、それぞれ実部と虚

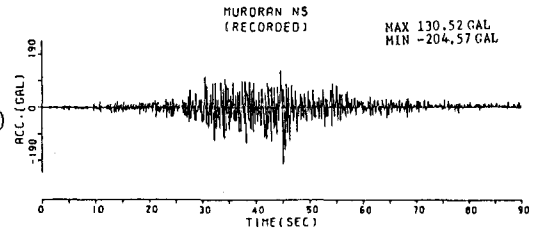


図1 原波形

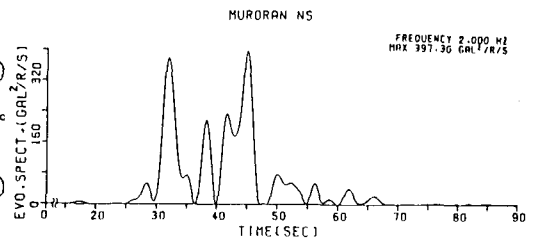


図2 入力非定常スペクトル (室蘭 2Hz)

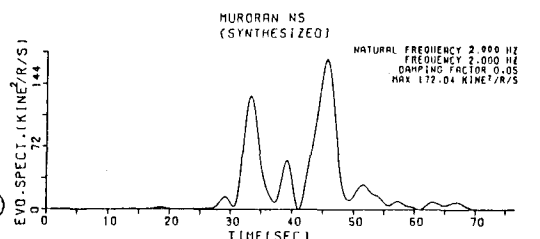


図3 速度応答の非定常スペクトル

部を表す。

ここで、C.D.法によるスペクトル解析過程を考えれば  
 $dF_R(t, \omega_0) = F(x(t) \cos \omega_0 t)$

$$dF_I(t, \omega_0) = F(x(t) \sin \omega_0 t) \quad \text{----- (5)}$$

である。すなわち  $dF_R(t, \omega_0)$ ,  $dF_I(t, \omega_0)$  は入力である非定常不規則外力  $X(t)$  に  $\cos \omega_0 t$  と  $\sin \omega_0 t$  ( $\omega_0$ : 中心周波数) を各々掛けさらにローパスフィルター処理を施すことにより求められる。また、 $dZ_R(\omega)$ ,  $dZ_I(\omega)$  は、各々  $X(t)$  を定常過程とみなしたときのフーリエ変換の実部・虚部に相当するものと考えられる。したがって  $\omega_0$  を逐次変えることにより、式(4)によって実部と虚部をともに考慮できる変調関数  $A(t, \omega)$  を求めることができる。Priestley の指摘しているとおり、 $A(t, \omega)$  は式(1)より考えて、 $X(t)$  に対し、唯一のものではないが、式(4)で求められる  $A(t, \omega)$  は、地震動記録の非定常性を表現するものとして  $A(t, \omega_0)$  の関数の族の中で最もすぐれた代表的候補となる関数であると考えられる。この  $A(t, \omega)$  を用いて非定常スペクトル密度関数の入力-出力関係式は、次のように表せる。

$$f_y(t, \omega) = |H(\omega)|^2 |G(t, \omega)|^2 f_x(t, \omega) / |A(t, \omega)|^2 \quad \text{----- (6)}$$

ただし、

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) A(t-\tau, \omega) e^{-i\omega\tau} / H(\omega) d\tau \quad \text{----- (7)}$$

ここで、 $f_y(t, \omega)$ : 応答の非定常スペクトル密度、 $G(t, \omega)$ : 応答  $y(t)$  に関する変調関数、 $h(t)$ : 単位衝撃応答関数、 $H(\omega)$ : 周波数応答関数である。式(6)において、入力として加速度の非定常スペクトルを用いれば、応答の非定常スペクトルは変位応答の非定常スペクトルとなる。さらに、速度応答の非定常スペクトル  $f_{\dot{y}}(t, \omega)$  は、次式により求まる。

$$f_{\dot{y}}(t, \omega) = |Q(t, \omega)|^2 |H(\omega)|^2 f_x(t, \omega) / |A(t, \omega)|^2 \quad \text{----- (8)}$$

$$\text{ただし、 } Q(t, \omega) = \dot{G}(t, \omega) + i\omega G(t, \omega) \quad (\cdot \text{は、時間微分を示す。)} \quad \text{----- (9)}$$

### 3. 数値計算例ならびに結果の妥当性の検討

計算例に使用した地震記録は、十勝沖地震(1968年5月16日発生)の室蘭NS成分の加速度記録(図1)である。このデータの中心周波数2Hz成分の非定常スペクトル(図2)を入力として用い、固有振動数2.0Hz, 減衰定数0.05の線形一自由度系に対する応答スペクトル(図3, 図5)を算出した。さらに、結果の妥当性を検討するために、時系列解析により応答  $y(t)$  を求めその非定常スペクトルを算出したのが図4, 図6である。両者は、45秒付近のピーク値で4%程度の差があるのみで、時刻のずれは生じていない。これより本計算例で判断する限り本方法で算定した  $A(t, \omega)$  によって地震動に対する構造物の非定常応答解析が十分な精度をもって行えるものと思われる。

<参考文献> 1) 藤原・小松・中山: 第58年度土木学会年次講演会概要集, pp.843~844, 1983年10月

2) Hammond: J. Sound Vib., Vol.7, No.3, pp.393~416, 1968

3) Shinozuka, M.: Proc. ASCE, Vol.96, EM.4, pp.543~545, Aug. 1970

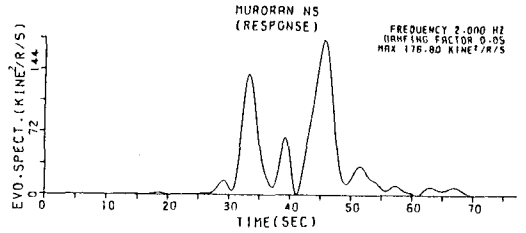


図4 時系列解析によって求めた速度応答の非定常スペクトル

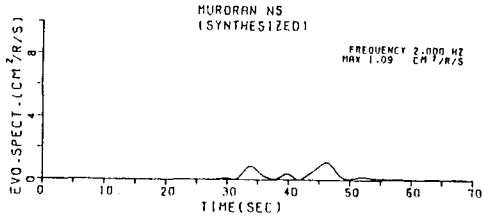


図5 変位応答の非定常スペクトル

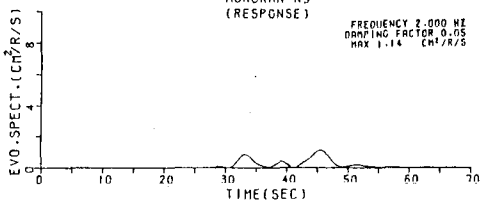


図6 時系列解析によって求めた変位応答の非定常スペクトル