

大阪市立大学 正 員 園田 恵一郎

小林 治俊

大阪市立大学大学院 学生員 ○山中 和明

I まえがき 筆者ら¹⁾は先に走行荷重下の平板の動的挙動に及ぼすせん断変形の影響を板厚/スパン比、走行速度、板の内部減衰に対して検討を行なった。その結果、板厚/スパン比の増大につれてせん断変形の影響が顕著に現われ、薄板理論による結果を上回るたわみの増幅率を得た。本文は、せん断変形の他に回転慣性の効果も取り込んだ解析を行ない、回転慣性の影響を明らかにしようとするものである。取り扱う板は、相対2辺が単純支持他の2辺が自由であり、走行荷重は矩形等分布であるとした。なお板の内部減衰は考えないものとする。

II 動的応答解析法 図1に取り扱う平板とその座標系を示す。走行荷重は、強度 q 、 x , y 軸方向の幅がそれぞれ $2x_0$, $2y_0$ の等分布荷重で、一定速度 v で x 軸上を移動するものとする。基礎方程式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} (D/2) [(1-\nu)\nabla^2\psi_x + (1+\nu)\phi_{,x}] + \kappa Gh(w_{,x} - \psi_x) &= (\rho h^3/12)\ddot{\psi}_x \\ (D/2) [(1-\nu)\nabla^2\psi_y + (1+\nu)\phi_{,y}] + \kappa Gh(w_{,y} - \psi_y) &= (\rho h^3/12)\ddot{\psi}_y \\ \kappa Gh(\nabla^2 w - \phi) + q(x, y, t) &= \rho h\ddot{w} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

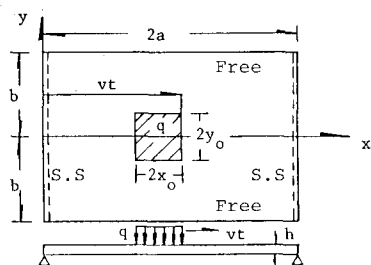


図1 座標系

ここで、 $\phi = \partial\psi_x/\partial x + \partial\psi_y/\partial y$; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; w = たわみ; ψ_x, ψ_y = x , y 軸方向の回転角; D = 板剛度; G = せん断弾性係数; ν = ポアソン比; h = 板厚; ρ = 板の密度; κ = せん断修正係数 (= 5/6); t = 時間; q = 荷重; $(\cdot)_{,x} = \partial/\partial x$; $(\cdot)_{,y} = \partial/\partial y$; $\dot{\cdot} = \partial/\partial t$; $\ddot{\cdot} = \partial^2/\partial t^2$

式(1)の解を、固有関数 $W_{mn}(x, y)$, $\psi_{xmn}(x, y)$, $\psi_{ymn}(x, y)$ により次のように表わす。

$$\{w, \psi_x, \psi_y\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(t) \{W_{mn}(x, y), \psi_{xmn}(x, y), \psi_{ymn}(x, y)\} \quad (2)$$

固有関数は、式(1)の荷重項をばふいた自由振動解析より得られるたわみ、回転角に対応するモード関数である。これらは、境界条件および次の直交条件を満足する。

$$\int_{-b}^b \int_0^{2a} [W_{mn}W_{ij} + \frac{h^2}{12}(\psi_{xmn}\psi_{xij} + \psi_{ymn}\psi_{yij})] dx dy = \begin{cases} 0 & m \neq i \text{ or } n \neq j \\ N_{mn} & m = i \text{ and } n = j \end{cases} \quad (3)$$

式(2)を式(1)に代入し式(3)を利用して整理すれば、時間項 $Q_{mn}(t)$ に関する微分方程式が得られる。

$$\ddot{Q}_{mn} + p^2 Q_{mn} = p^2 Z_{mn}(t); \quad (4-1)$$

$$p^2 Z_{mn}(t) = \frac{1}{\rho h N_{mn}} \int_{-b}^b \int_0^{2a} q(x, y, t) W_{mn}(x, y) dx dy \quad (4-2)$$

式(4-2)の右辺の積分項は、次の荷重状態1, 2, 3に対し積分範囲が違うため、得られた $Z_{mn}(t)$ の式形が異なる。

1. 荷重が板に乗り始めてから、荷重全体が板に乗るまで ($0 \leq vt_1 \leq 2x_0$; $t_1 = t$)
2. 荷重全体が板に乗ってから、荷重の先端が板の右端にかかるまで ($0 \leq vt_2 \leq 2a - 2x_0$; $t_2 = t - 2x_0/v$)
3. 荷重の先端が板を通り過ぎてから、荷重全体が板を通過するまで ($0 \leq vt_3 \leq 2x_0$; $t_3 = t - 2a/v$)

1, 2, 3のそれぞれの状態を添字 i ($i=1, 2, 3$) により表わすものとするれば、式(4-1)の解は

$$Q_{imn}(t_i) = p \int_0^{t_i} Z_{imn}(\tau) \sin p(t_i - \tau) d\tau + Q_{imn}(0) \cos pt_i + (1/p) \dot{Q}_{imn}(0) \sin pt_i; \quad i=1, 2, 3 \quad (5)$$

いま、荷重の進入前に板は静止しているものとする、初期条件は $Q_{imn}(0) = \dot{Q}_{imn}(0) = 0$ 。

次に、 $Q_{imn}(0)$, $\dot{Q}_{imn}(0)$ ($i=2, 3$) は、状態1と2および状態2と3の連続条件により決めることが出来る。

III 数値計算結果 諸元は、 $a/h = 1$, $x_0/a = y_0/h = 1/20$, $\nu = 0.3$ と固定し、板厚/スパン比 ($h/2a$) = 0.05, 0.1

スピードパラメーター $C_0 = (\pi v / 2a) / p_0$ [p_0 = 薄板の基本円振動数] を $C_0 = 0.1, 0.3$ とし、数値計算を行なった。図2, 3 はそれぞれ $C_0 = 0.1, 0.3$ の場合の、板中央の無次元動たわみ曲線である。 W_0 は薄板の静的たわみ最大値である。また図中の記号 [S, R] はせん断変形と回転慣性の両方を考慮した場合、[S, 0] はせん断変形のみを考慮した場合、[0, 0] は薄板の場合を意味する。たわみの増幅率に対するせん断変形の影響は、薄板に近い $h/2a = 0.05$ の場合は小さく、板厚が増した $h/2a = 0.1$ では顕著に現われている。一方、回転慣性の影響は $h/2a = 0.1$ の場合でもごくわずかしが認められない。動たわみ曲線の位相差は、[S, R], [S, 0] 間では $h/2a, C_0$ のどの組合せについてもほとんど見られず、厚板と薄板の間において C_0 が小さく板厚が増せば、わずかであるが認められる。

N 参考文献 (1) 小林, 園田, 寒川: 走行荷重による矩形板の動的性状に及ぼすせん断変形の影響, 土木年譜'83

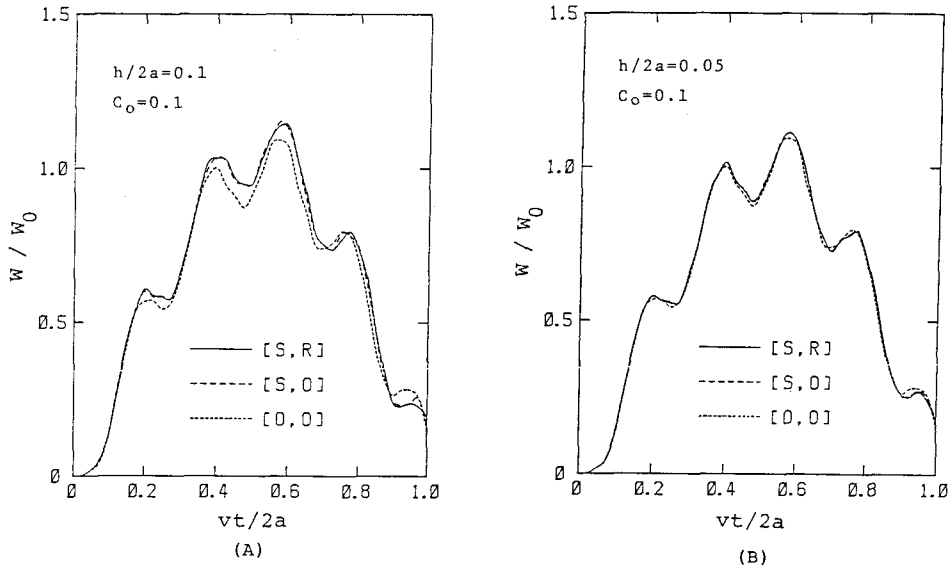


図2 板中央の動たわみ曲線 $C_0 = 0.1$: (A) $h/2a = 0.1$, (B) $h/2a = 0.05$

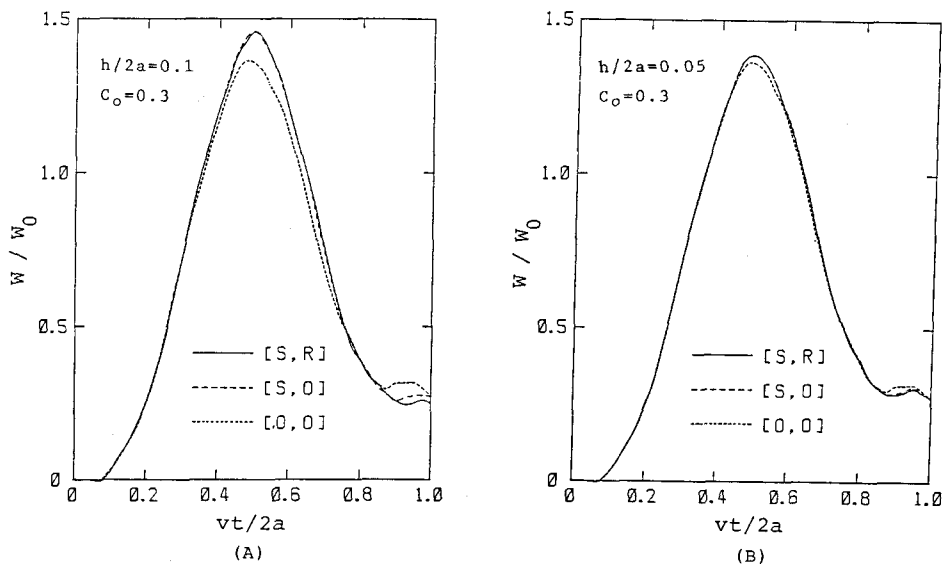


図3 板中央の動たわみ曲線 $C_0 = 0.3$: (A) $h/2a = 0.1$, (B) $h/2a = 0.05$