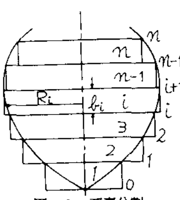
I-352　卵形消化槽に対する内容液の地震時衝撃圧の算定について

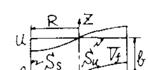
九州大学 工学部　正員　小坪清真
九州工業大学　正員　○高西照彦
九州工業大学　多田浩

1．まえがき　近年，下水処理場において，下水汚泥及び有機汚泥等に対して，嫌気性消化法による処理がなされることが多くなっている。消化槽の形状として卵形のものが，約20年前に西ドイツで開発され，現在西ドイツを中心に数多く建設されて稼動中であり，好成績を収めている。この卵形消化槽を我国に導入する際に検討されなければならない重要な問題の一つとして挙げられるのはその耐震性ということであろう。卵形消化槽の耐震性について考えるとき，まず才一に解明しなければならない課題としては，その内容液による地震時動水圧をどのように見積ったらよいかという問題がある。地震時動水圧には (i) 地震の短周期成分に応答する衝撃圧と (ii) 地震の長周期成分に応答する振動圧（いわゆるスロッシングによる動水圧）とがある。本論では (i) の衝撃圧の問題を取上げ，卵形消化槽が水平剛振動及びロッキング振動をする場合について，槽壁に対する内容液の衝撃圧を算定する理論について述べ，数値計算を行って得られた結果と卵形消化槽模型を用いて行った実験から得られた結果とを比較して，理論の妥当性を検証した。

2．基礎方程式　曽我部等[1]は軸対称容器中の内容液のスロッシング現象を解明するのに，内容液を厚さの薄い円筒状の集合体に分割し，これに伝達行列法を適用する解析法を提案している。著者等は上記の方法に修正を施して，軸対称容器の水平及びロッキング剛振動に対する内容液の衝撃圧を容易に求めることができる解析法を導いた。解析の手順は次の通りである。(i) 図－1に示すように，内容液をn個の円筒要素に分割する (ii) 状態量として衝撃圧と鉛直変位を選び，各要素についてその下端の状態量を上端の状態量に伝達する要素伝達行列及び節点伝達行列を導く。(iii) 各要素について求めた伝達行列を次々に掛合わせることによって，結局内容液の底面の状態量を自由表面の状態量に伝達する行列を得る。(iv) (iii) で得た伝達行列に対して，底面と自由表面での境界条件を適用することによって未知の状態量を定める。さて，図－1の一つの要素iについて考える（図－2）。以後簡単のため要素番号は省略する。いま，液体が速度ポテンシャルΦを有するとすれば，円筒要素内部V_fの液体の運動を支配する方程式は，円筒座標(r,θ,z)を用いて



図－1　要素分割



図－2　円筒要素

$$(\partial^2\Phi/\partial r^2)+(1/r)(\partial\Phi/\partial r)+(1/r^2)(\partial^2\Phi/\partial\theta^2)+(\partial^2\Phi/\partial z^2)=0 \qquad (V_f\text{内で}) \text{----}(1)$$

容器と液体との境界上における条件式は，水平剛振動については $(\partial\Phi/\partial r)=(d\bar{d}_g/dt)\cos\theta$ ------(2)

ロッキング振動については $(\partial\Phi/\partial r)=(\bar{z}-R\tan\nu)(d\xi_0/dt)\cos\theta$　（S_s上で）-----------(3)

上式において $\bar{d}_g$，ξ_0 はそれぞれ容器の水平変位及びロッキング角変位。$\bar{z}$はロッキング中心から計った鉛直距離，νは壁面上の法線が水平面となす角，Rは要素の半径である。ここで，式(3)の条件式については多少の説明を必要とする。いま，$\theta=0$である内壁面上の点Iにおける液体の法線速度は，厳密には$\eta(d\xi_0/dt)\cos(\varphi+\nu)$である。ここに，$\eta$はロッキング中心Gと点Iとの距離，$\varphi$は$\overline{GI}$が容器の対称軸となす角である。上記の速度は水平成分と鉛直成分とを有しているが，本論のように，内容液を円筒状の集合体に分割した場合には，各要素についてその鉛直方向に対する速度の境界条件はこれは導入することが困難である。そこで本論では，要素の壁面における衝撃圧が，厳密な境界条件を用いて求めた衝撃圧（厳密解）に等しくなるように，要素の水平方向の壁面速度に修正を加えた。すなわち，図－3において$\eta(d\xi_0/dt)$は点Iの回転速度を表わしているが，その水平及び鉛直成分に，それぞれ対応する面積の比 b/l 及び l_r/l を重みとして掛けて両者を加えたものを当該要素の水平方向壁面速度として採用した。さて，他の境界条件は水平及び

図－3

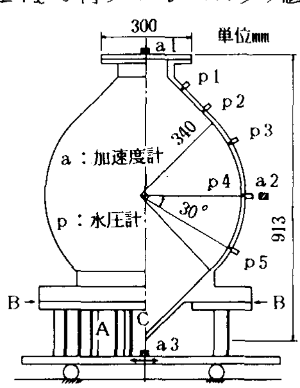
ロッキング振動に共通で，円筒状要素の仮想境界上で

$(\partial\bar{\Phi}/\partial z) = (\partial\bar{h}_u/\partial t)$ （S_u上で），$(\partial\bar{\Phi}/\partial z) = (\partial\bar{h}_l/\partial t)$ （S_l上で） ------------(4)

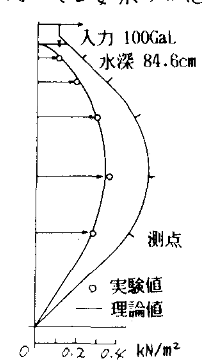
また，要素内部の衝撃圧は $\bar{p} = -\gamma(\partial\bar{\Phi}/\partial t)$ ------(5) で与えられる。ここに，$\bar{h}_u$，$\bar{h}_l$ は円筒状要素の上端及び下端における液体の鉛直変位，γ は液体の密度である。いま，系が円振動数 ω で調和振動をしている場合を考えて，$\bar{d}_g(t) = d_g e^{i\omega t}$，$\bar{\xi}_0(t) = \xi_0 e^{i\omega t}$，$\bar{p}(r,\theta,z,t) = p(r,z)\cos\theta\, e^{i\omega t}$，$\bar{h}(r,\theta,t) = h(r)\cos\theta\, e^{i\omega t}$ ------(6) とおき，特に，水平剛振動に対しては $\bar{\Phi}(r,\theta,z,t) = i\omega\varphi(r,z)\cos\theta\, e^{i\omega t} + i\omega r d_g \cos\theta\, e^{i\omega t}$ ------(7)，ロッキング振動に対しては $\bar{\Phi}(r,\theta,z,t) = i\omega\varphi(r,z)\cos\theta\, e^{i\omega t} + i\omega r \bar{z}\xi_0 \cos\theta\, e^{i\omega t} - i\omega r R\xi_0 \tan\nu \cos\theta\, e^{i\omega t}$ -------(8) とおいて，式(1)～(5)に代入すれば，水平及びロッキング振動に共通な基礎方程式として $(\partial^2\varphi/\partial r^2) + (1/r)(\partial\varphi/\partial r) - (1/r^2)\varphi + (\partial^2\varphi/\partial z^2) = 0$ ----(9)，$(\partial\varphi/\partial r)_{r=R} = 0$，$(\partial\varphi/\partial z)_{z=0} = h_l(r)$，$(\partial\varphi/\partial z)_{z=\ell} = h_u(r)$ ----(10) を得る。衝撃圧は水平振動の場合 $p(r,z) = \omega^2\gamma(\varphi + r d_g)$ ------(11)，ロッキング振動の場合 $p(r,z) = \omega^2\gamma(\varphi + r\bar{z}\xi_0 - rR\xi_0\tan\nu)$ ------(12) と表わされる。上記の式(9)(10)を満足する解は，ベッセル関数 $J_1'(\varepsilon_m) = 0$ を満足する ε_m を特性値として，$J_1(\varepsilon_m r/R)\{A_m\cosh(\varepsilon_m z/R) + B_m\sinh(\varepsilon_m z/R)\}$ を素解とする無限級数の和として与えられる。従って，状態量 p, h は m に関する無限級数の和として表わされる。以上によって要素の伝達行列が得られたことになる。次に要素の節点行列は，要素 $i+1$ の下端と要素 i の上端において (i) 液体の流入・流出量が等しい (ii) 衝撃圧が等しい（この条件は，$r=0$ において両者の衝撃圧勾配が等しいという条件によって近似的に満足される）という２つの条件式から得られる。さて，各要素について得られた伝達行列の積を作ることによって，結局水平振動については各次数 m について $\mathbb{X}_{un}^m = \mathbb{M}\mathbb{X}_{li}^m$，ロッキング振動に対しては $\mathbb{X}_{un}^m = \mathbb{M}\mathbb{X}_{li}^m + \mathbb{D}^m$ の形の行列方程式を得る。この方程式を容器の自由表面における衝撃圧 $p_u^m = 0$，底面における容液の鉛直変位 $h_l^m = 0$ の条件の下で解けば，自由表面における波高 h_u^m と底面における衝撃圧 p_l^m が得られる。これらの値を用いて各要素の状態量を求めることは容易である。

３．数値計算結果及び考察

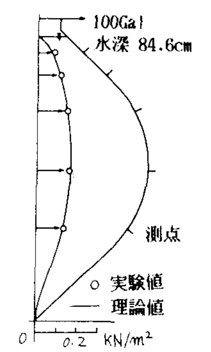
前章の理論に従って，種々の形状の卵形消化槽について，その壁面衝撃圧分布を求めた。図－4に槽の諸元を示した。結果の一例を図－5，6に示した。水深は0.846 m である。採用した級数の次数 m は 10 である。図－7に m に対する級数の収束の状況を示した。図－5，6から，数値計算結果と実験値とは非常によく一致していることがわかる。次に，上記の消化槽が水平剛振動を行うときの内容液による壁面衝撃圧分布から，内容液の付加質量係数 α_M を求めれば $\alpha_M = 0.96030$，また付加質量の質心の位置 h_M（容器下端からの距離）は $h_M = 0.46302$ m であった。さらに，消化槽がロッキング振動を行うときの内容液による壁面衝撃圧分布から，内容液の付加質量にもとずく回転慣性モーメント J_G を求めた。J_G が最小になるときのロッキング中心位置 h_J は $h_J = 0.46199$ m となり，動水圧の場合には固体の場合と異なり，一般に h_M と h_J は一致しない。このことは卵形消化槽の地震応答計算に際して，その振動方程式を導く上で振動方程式を繁雑な形にする原因となる。



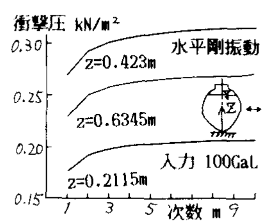
図－4　卵形消化槽模型



図－5　水平剛振動による壁面動水圧



図－6　ロッキング振動による壁面動水圧



図－7　解の収束状況

(1) 曽我部潔・重田達也・柴田碧：液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究，東大生研報告第26巻第7号。(1977.3)