

九州大学 工学部 正員 小坪 清真、鳥野 清
 九州工業大学 正員 高西 照彦
 九州大学 工学部 学生員 ○砂田 聡

1. まえがき

高性能な消化槽として西独で開発された卵形消化槽を地震の多い我国に導入する為には、その耐震性の研究が必要である。本研究は曾我部¹⁾による伝達行列法を用いた線形解析理論によりスロッシング(液面動揺)の固有振動数と振動形を求め、振動形解析法で地震応答計算を行なったものである。又、スロッシングの非線形形応答を知る為に2次元模型を用いた実験を行なった。

2. 解析の概要

図-1のように系の自由表面と底面の間をn個の円筒要素に分割する。円筒座標系 r, θ, z をとり、任意の円筒要素を図-2に示す。要素内部の液体の運動は次の式により支配される。Φ: 速度ポテンシャル, p̄: 変動圧, ρ_l: 液体の密度

$$\left. \begin{aligned}
 & i) \nabla^2 \bar{\phi} = 0 \quad V_f \text{で} \\
 & ii) -\partial \bar{\phi} / \partial n = 0 \quad S_1 \text{で} \\
 & iii) -\partial \bar{\phi} / \partial z = \dot{\bar{h}} \quad S_2 \text{で} \\
 & iv) \bar{p} = \rho_l \partial \bar{\phi} / \partial t \quad V_f, S_1, S_2 \text{で}
 \end{aligned} \right\} \begin{cases}
 \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \bar{\phi} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial z^2} = 0 & \dots (1) \\
 -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0 & \dots (2) \\
 -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \Big|_{z=l} = \dot{h}^u(r), \quad -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \dot{h}^l(r) & \dots (3) \\
 p = -\omega^2 \rho_l \bar{\phi} & \dots (4)
 \end{cases}$$

但し、一次振動のみを考えて、 $\bar{\phi}(r, \theta, z, t) = \beta \omega \phi(r, z) \cos \theta e^{j\omega t}$ (5)

$\bar{p}(r, \theta, z, t) = p(r, z) \cos \theta e^{j\omega t}$, $\dot{\bar{h}}(r, \theta, t) = \dot{h}(r) \cos \theta e^{j\omega t}$

式(1), (2)よりi番目の要素では、 $\phi_i(r, z) = J_1(\epsilon_i \frac{r}{R_i}) \{ A_i \cosh(\epsilon_i \frac{z}{R_i}) + B_i \sinh(\epsilon_i \frac{z}{R_i}) \}$ (6)

J₁(r): 1次の第1種ベッセル関数, ε_i: J₁'(ε) = 0の第1番目の正根 (ε₁ = 1.841)

式(5)に境界条件(3)を代入し式(4)を用いると、要素iの上端uの状態量 X_i^u = (P_i^u, H_i^u)^Tと要素iの下端lの状態量 X_i^l = (P_i^l, H_i^l)^Tの関係を示す要素伝達行列 F_iが求まる。(式(7))

又、隣合う要素の境界の節点における流入・流出量の連続条件及び圧力伝達の条件から、節点iにおける状態量の伝達の関係を表わす節点伝達行列 N_iが求まる。(式(8))

要素iに対する式(6)と、節点iに対する式(7)を繰り返し用いて系全体の伝達行列 M_lを得る。(式(9))

$$X_i^u = F_i X_i^l \dots (7), \quad F_i = \Omega^T f_i \Omega, \quad \Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega \rho_l / \epsilon_i \end{pmatrix}, \quad f_i = \begin{pmatrix} \cosh \epsilon_i \gamma_i & R_i \sinh \epsilon_i \gamma_i \\ \sinh \epsilon_i \gamma_i & \cosh \epsilon_i \gamma_i \end{pmatrix}, \quad n_i = \begin{pmatrix} R_i & 0 \\ 0 & 1/R_i^2 \end{pmatrix}$$

$$X_n^u = M X_n^l \dots (8), \quad M = \Omega^T m \Omega, \quad m = [m_{ij}] = \prod_{i=1}^n (n_i f_i) \quad (n_n = I)$$

但し $p(r, z) = P(z) J_1(\epsilon \frac{r}{R})$, $P(0) = P^l$, $P(l) = P^u$, $\dot{h}^u(r) = H^u J_1(\epsilon \frac{r}{R})$, $\dot{h}^l(r) = H^l J_1(\epsilon \frac{r}{R})$, $\gamma_i = \frac{\epsilon_i}{R_i}$, $k_i = \frac{R_{i+1}}{R_i}$

式(9)が底面および自由表面における境界条件 H₁^l = 0, P_n^u = ρ_l g H_n^uを満たす円振動数が固有円振動数である。

$$\omega^2 = g \epsilon_1 m_{21} / m_{11} \dots (10)$$

以上が曾我部¹⁾の理論の要旨である。式(5)を用いればi要素中のr, θ, z方向の水分子の速度成分が求まり、さらに変位成分が求まる。(式(11)) それから水分子の振動形が求まる。(式(12))

$$\left. \begin{aligned}
 u_i &= -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \cos \theta e^{j\omega t} \\
 v_i &= \frac{\phi_i}{r} \sin \theta e^{j\omega t} \\
 w_i &= -\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \cos \theta e^{j\omega t}
 \end{aligned} \right\} \dots (11) \quad \left. \begin{aligned}
 U_i &= -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \cos \theta \\
 V_i &= \frac{\phi_i}{r} \sin \theta \\
 W_i &= -\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \cos \theta
 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

但し式(6)において

$$A_i = -\frac{H_i^u}{\frac{\epsilon_i}{R_i} \sinh(\epsilon_i \frac{l_i}{R_i})} + \frac{H_i^l}{\frac{\epsilon_i}{R_i} \tanh(\epsilon_i \frac{l_i}{R_i})}$$

$$B_i = -\frac{H_i^l}{\epsilon_i / R_i}$$

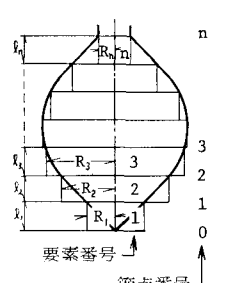


図-1 要素分割

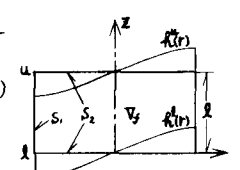


図-2 円筒要素

いま、 H_i^u, H_i^d を i 要素の上端及び下端における振幅に比例する量とし、振動形を自由表面での z 方向の最大変位を 1 として表わせば、即ち $W_n(r=R_n, \theta=0, z=l_n)=1$ とすれば、結局 $H_n^u=1/J_n(\xi_n) \dots (13)$ となる。

従って単位波高あたりの i 要素における状態量 $X_i^u = (P_i^u, H_i^u)^T, X_i^d = (P_i^d, H_i^d)^T$ は、式(13)と $P_n^u = \rho_f g H_n^u$ より次々と求まる。

卵形水槽が水平地震を受ける際のスロッシング振動を振動形解析法で解く。式(12)の振動形 U_i, V_i, W_i を用いて水分子の変位 u_i, v_i, w_i を次の形に置く。 $\psi(t)$ は基準座標である。 $u_i(r, \theta, z, t) = \psi(t) U_i(r, \theta, z)$

$$v_i(r, \theta, z, t) = \psi(t) V_i(r, \theta, z), w_i(r, \theta, z, t) = \psi(t) W_i(r, \theta, z) \dots (14)$$

$\psi(t)$ に関する方程式は $\ddot{\psi} + 2h\omega\dot{\psi} + \omega^2\psi = -\beta\ddot{\phi} \dots (15)$ (h : 減衰定数)

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{l_i} \{U_i(r, \theta, z)\omega\cos\theta - V_i(r, \theta, z)\sin\theta\} r dr d\theta dz}{\sum_{i=1}^n \int_0^{R_i} \int_0^{2\pi} \int_0^{l_i} \{U_i^2(r, \theta, z) + V_i^2(r, \theta, z) + W_i^2(r, \theta, z)\} r dr d\theta dz}$$

$$= \frac{2\omega^2 \rho_f \sum_{i=1}^n R_i^3 (H_i^u - H_i^d)}{\xi_i (\xi_i^2 - 1) J_0(\xi_i) \sum_{i=1}^n R_i^2 (P_i^u H_i^u - P_i^d H_i^d)} \dots (16)$$

固有円振動数 ω に対する加速度応答スペクトルを S_A とすれば、

$$W(r, \theta, z)_{max} = \sqrt{\beta S_A W(r, \theta, z) / \omega^2} = \beta S_A W(r, \theta, z) / \omega^2$$

最大波高 W_{max} は $r=R_n, \theta=0, z=l_n$ で生じ、 $W(R_n, 0, l_n)=1$ だから

$$W(r, \theta, z)_{max} = \beta S_A / \omega^2 \dots (17)$$

新耐震設計法中の加速度応答スペクトル(p 81 図-4-2-解 8(D))の第3

種地盤、減衰定数 $h=0$ を採用し入力加速度 100gal を用いれば図-3 を得る。

3. 非線形性の実験的検討

使用した卵形水槽模型は図-4 に示すように奥行 10cm 高さ 88.8cm の 2 次元模型である。使用した水圧計は共和電業製 PGM-02KG 型で、取り付け位置は水深と測定目的により種々変更した。水深 843mm まで水を満たした模型水槽を振動台上で水平正弦波加振した場合の水圧計位置 ①でのスロッシング圧応答曲線が図-5 である。このスロッシング圧とは図-6 のように測定水圧からベクトル的に衝撃圧を差し引いたものである。図-7 はスロッシング圧の深さ方向モード図である。図から明らかのように、このような液体貯槽の表面波には著しい非線形性が認められる。

(謝辞) 本研究の実験、データ整理、計算に尽力下さった城戸技官、森山・山本(卒論学生)に謝意を表します。

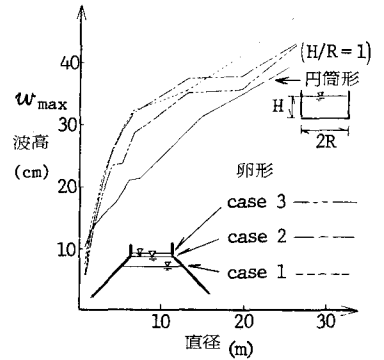


図-3 表面波高

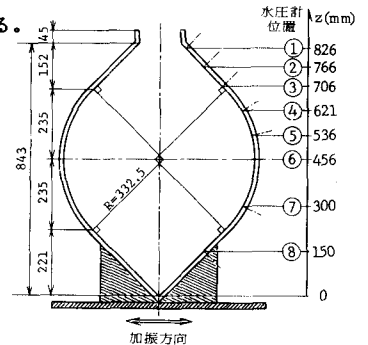


図-4 模型正面図

著しい非線形性が認められる。

(謝辞) 本研究の実験、データ整理、計算に尽力下さった城戸技官、森山・山本(卒論学生)に謝意を表します。

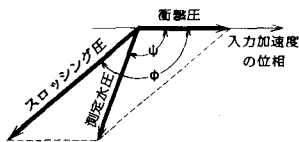


図-6 スロッシング圧の分離

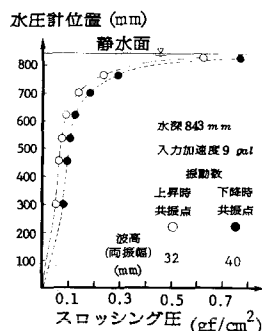


図-7 深さ方向スロッシング圧分布

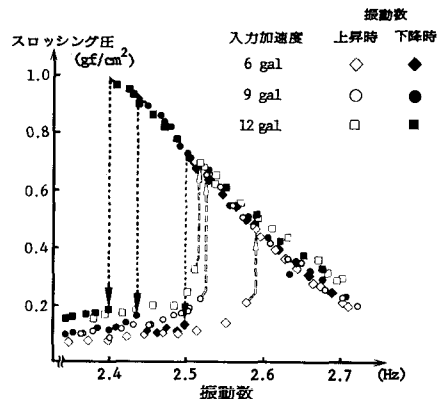


図-5 振動数-スロッシング圧応答

(参考文献)

- 1) 曾我部, 重田, 柴田: 液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究 東大生研報告 Vol.26, No.7, March 1977