

大阪大学工学部 正会員 前田 幸雄
 川田工業(株) 正会員 ○ 前田 研一
 川田工業(株) 正会員 米田 昌弘

1. まえがき 著者らは、前に、内部共振に起因するケーブルの減衰吸振器としての作用および beating 現象と支配的要因とするシステムダンピングが、斜張橋のたわみ風琴振動の抑制に有効であることを示した¹⁾。本報告は、さらに、ねじれ風琴振動における効果も把握するとともに、主桁のみならず、ケーブルに空気が作用する場合についても検討することを目的としたものである。

2. 複素固有値問題の解析解

本章では、たわみ風琴振動の場合と同様に、斜張橋に擬した簡単なケーブル構造を対象として、複素固有値問題の解析解を求め、ねじれ風琴振動におけるシステムダンピング効果を検討する。ただし、ここでは、主桁のみならず、ケーブルに空気が作用する場合についても検討することもあり、部分構造としての主桁とケーブルの内部共振による生じる各々の成分による2種の相対運動固有振動モードに対応して、明らかに構造減衰と同様に配分される空力減衰項も考慮に入れることとする。

図-1 が対象とする簡単なケーブル構造であり、2自由度のねじれ風琴振動の運動方程式は、 $m_0 = \alpha^2(m_g + m_c/2)$ とし、次式のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_\theta & 0 \\ 0 & C_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{\theta\theta} & R_{\theta c} \\ R_{c\theta} & R_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_3 \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{\theta 0} & 0 \\ 0 & f_{c 0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_3 \\ x_c \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $f_{\theta 0}$, $f_{c 0}$ が空力減衰マトリックス $[F_2]$ の要素である。つぎに、図-2, 3に示すモデルを考へ、 $\bar{\omega} = \omega_0 = \omega_c$, $\theta_3 = X_0 e^{i\alpha t}$, $x_c = X_c e^{i\alpha t}$ を代入して導かれる振動数方程式を解けば、共役複素固有値の近似値が次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= i \left\{ \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right) \bar{\omega} - \frac{1}{2} \left(\frac{h_0^* + h_c^*}{2} \right) \right\} \pm \sqrt{\bar{\omega}^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right)^2 \right\} - \alpha} \\ \Omega_2 &= i \left\{ \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right) \bar{\omega} - \frac{1}{2} \left(\frac{h_0^* + h_c^*}{2} \right) \right\} \pm \sqrt{\bar{\omega}^2 \left\{ 1 - \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right)^2 \right\} + \alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

また、固有円振動数、正規化された固有振動モードは次式で与えられる。

$$\omega_1 = \sqrt{\bar{\omega} - \alpha}, \quad \omega_2 = \sqrt{\bar{\omega} + \alpha}, \quad \{ \bar{\varphi}_1 \} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2m_0}}, \frac{1}{\sqrt{2m_c}} \right\}, \quad \{ \bar{\varphi}_2 \} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2m_0}}, \frac{1}{\sqrt{2m_c}} \right\} \dots\dots (3)$$

ここに、 h_0^* , h_c^* は、図-2, 3のモデルの正規化された固有振動モードを $\{ \bar{\varphi}_0 \}$, $\{ \bar{\varphi}_c \}$ とし、次式のような関係式を満足するものである。

$$\left. \begin{aligned} h_0^* &= \frac{f_{\theta 0}}{m_0} = \{ \bar{\varphi}_0 \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_0 \}, \quad h_c^* = \frac{f_{c 0}}{m_c} = \{ \bar{\varphi}_c \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_c \} \\ \frac{h_0^* + h_c^*}{2} &= \{ \bar{\varphi}_0 \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_0 \} + \{ \bar{\varphi}_c \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_c \} = \frac{1}{2} \left(\{ \bar{\varphi}_0 \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_0 \} + \{ \bar{\varphi}_c \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_c \} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

ゆえに、主桁、あるいは、ケーブルの各々に空気が作用する場合(同時に作用することはほとんどないと思われる)に対応して、

$$2 \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right) \bar{\omega} - \frac{h_0^*}{2} > 2h_0 \bar{\omega} - h_0^*, \quad 2 \left(\frac{h_0 + h_c}{2} \right) \bar{\omega} - \frac{h_c^*}{2} > 2h_c \bar{\omega} - h_c^* \dots\dots\dots (5)$$

がシステムダンピングの一種の条件式となることわかれる²⁾。

3. 時系列応答解析法

2種の固有振動モードを対象としたねじれ風琴振動の時系列応答解析法は、たわみ風琴振動の場合と全く同様である。なお、多自由度の場合にも、内部共振の度合にも関係なく、 $\{ \bar{\varphi}_0 \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_0 \} + \{ \bar{\varphi}_c \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_c \} = \{ \bar{\varphi}_0 \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_0 \} + \{ \bar{\varphi}_c \} [F_2] \{ \bar{\varphi}_c \}$ となることは、容易に確かめられる。

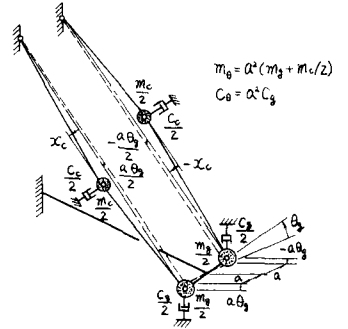


図-1 ケーブル構造(2自由度)

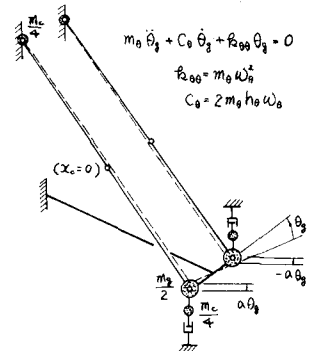


図-2 ケーブルのねじれ振動を考慮したモデル

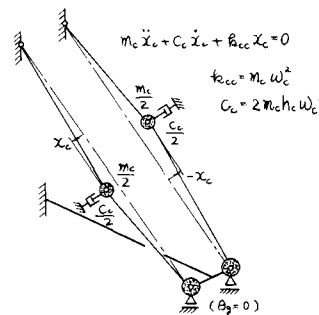


図-3 ケーブルのねじれ振動に対するモデル

4. ねじり風琴振動の時系列応答解析例

時系列応答解析例として、図-4に示す構造で、内部共振により図-5に示す2種の相似連成固有振動モードと有した解析モデルを対象に、モード重畳法を適用した。主桁に作用する空気力としては図-6に、他方、ケーブルに作用する空気力としては図-7に示す非定常空気力係数によるものを、それぞれ用いることとした。

図-8、9が解析結果の一部であり、それぞれ、主桁あるいはケーブルに空気力が作用した場合における、図-4に同時に示した主桁およびケーブルの着目点の発達振動の包絡線を描いたものである。

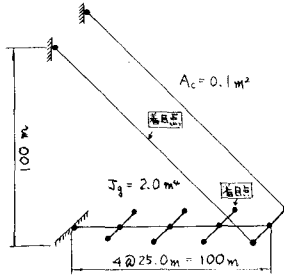


図-4 解析モデル

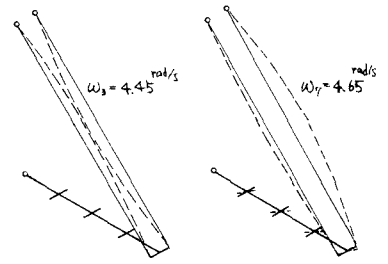


図-5 内部共振による2種の相似連成モード

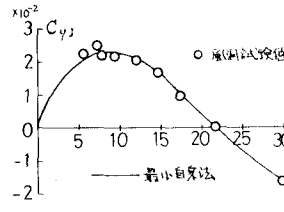


図-6 主桁に作用する空気力

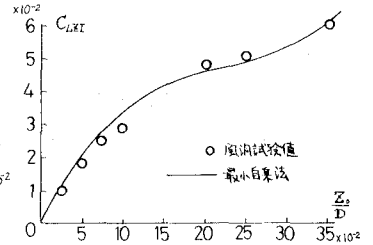


図-7 ケーブルに作用する空気力

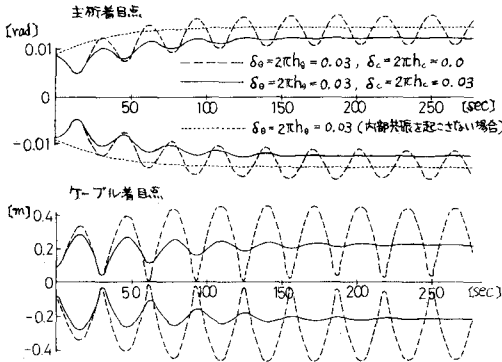


図-8 主桁に空気力が作用した場合の着目点の振動の包絡線

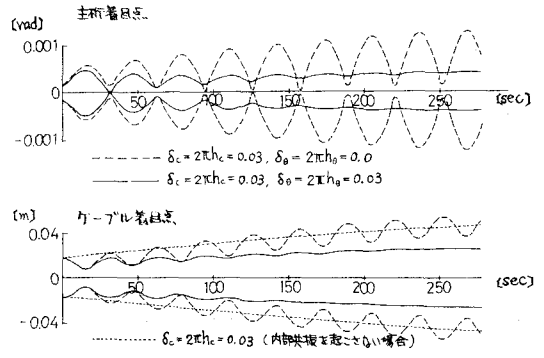


図-9 ケーブルに空気力が作用した場合の着目点の振動の包絡線

これらの図からは、ねじり風琴振動の場合にも、たわみ風琴振動の場合と同様に、主桁の減衰と同程度にケーブルの減衰があれば、内部共振に起因した要因によるシステムダンピング効果によって、定常振幅が顕著に低減されることがわかる。また、主桁に空気力が作用する場合の主桁と同様に、ケーブルに空気力が作用する場合のケーブルの風琴振動においても定常振幅が低減され、その際における主桁のねじり振動は小さいことがわかる。

5. マルチケーブル斜張橋の実橋設計例^{3),4)}

主桁の対称一次ねじり振動および5段目ケーブルの一次横振動の固有円振動数を同時に記しているが、両者がかなり近接した値であり、システムダンピング効果が顕著に生じることが十分に予測されると思われる。

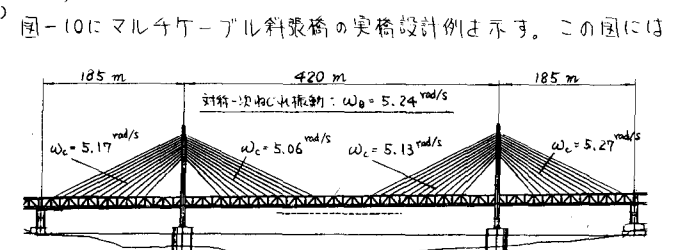


図-10 実橋設計例と主桁ねじり振動、ケーブル横振動の固有円振動数

6. あとがき

講演当日には、マルチケーブル斜張橋の解析結果も報告する予定である。最後に、本研究において常に熱心な御助言、貴重な資料を頂いた、東京大学・伊藤 学教授、本回公同・保田雅彦氏に対し心より謝意を表す。

<参考文献> 1)前田・前田・米田：斜張橋のたわみ風琴振動におけるシステムダンピング効果に関する研究，土木学会論文報告書，No.394/I-1，1984。
2)前田・前田・米田：斜張橋のシステムダンピングに関する一様型試験結果について，土木学会第39回年次学術講演会講演要録，1984。
3)土木学会編：昭和54年度九州四国連絡橋鋼に鋼構造に関する調査報告書（3）明石・石巻間，若狭島斜張橋に関する検討，九州四国連絡橋公同，1980。4)九州四国連絡橋公同第2建設局編：若狭島橋（斜張橋）主橋トラス大型風洞実験（その2），1980。