

日本鋼管(株) 正員 津村直宜
 正員 辻 松雄
 正員 加納 勇

1. まえがき

斜張橋の振動におけるケーブル部材のマスダンパー効果をパラメトリックに評価するために、模型実験の結果¹⁾を図1に示す線形2自由度モデルの周波数応答と比較してみたので、その結果について報告する。

2. 運動方程式

ケーブルの変位函数 $Y(x, t)$ を図1の関係から次のように仮定する。

$$Y(x, t) = q_1(t) \frac{x}{l} \phi \cos \theta + q_2(t) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (1)$$

ここで q_1, q_2 は、それぞれ主系(ケーブルをトラス材を考えた時の斜張橋の振動)とケーブルの一般化座標である。この一般化座標に対応する一般化質量、減衰及び剛性を m_i, c_i, k_i ($i=1, 2$) とおき、ケーブルにおける張力変動と横振動の連成を無視して、式(1)から求めた振動エネルギーを Lagrange の方程式に代入すると、運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_1 + \frac{2}{3} m_2 \phi^2 \cos^2 \theta & \frac{2}{\pi} m_2 \phi \cos \theta \\ \frac{2}{\pi} m_2 \phi \cos \theta & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + \frac{2}{\pi^2} k_2 \phi^2 \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\omega_i = \sqrt{k_i/m_i}$ ($i=1, 2$) によって定義される二つの振動数は、それぞれ主系とケーブル単独の系の固有振動数に表わす。但し、式(1)においてケーブルのモードを half sine に仮定したことにより、 ω_2 は1次のケーブル弦振動数に一致している。

3. 周波数応答

一般化外力を $F(t) = f_0 \cdot \exp(ipt)$ とおいて、式(2)より求めた主系の動的応答倍率 A が、式(3)である。式(3)中の各パラメータは、式(5)によって定義されると同時に、 r と μ を除いて、主系とケーブル各々単独の振動特性として実測値と関係づけられる。式(4)は、図2に示す2質点モデルにおける質点1の動的応答倍率 A' である。パラメータは式(5)の「主系」、「ケーブル」を、「質点1」、「質点2」と読み替えて説明される。式(3)と(4)を比較すると、 r と μ を同一パラメータと考えれば、 $r, \mu \ll 1$ の範囲で二つの式はほとんど同じ値を与えることがわかる。このことから、近似的に μ をマスダンパーとしてのケーブルの有効質量比と見なすことができる。

$$A = \frac{\alpha^2 - \beta^2 + i \cdot 2h_2 \alpha \beta}{(1 + \frac{1}{2}\mu \alpha^2 - \beta^2(1 + \frac{\pi}{6}\mu) + i \cdot 2h_1 \beta)(\alpha^2 - \beta^2 + i \cdot 2h_2 \alpha \beta) - \mu \beta^4} \quad (3)$$

$$A' = \frac{\alpha^2 - \beta^2 + i \cdot 2h_2 \alpha \beta}{(1 - \beta^2(1+r) + i \cdot 2h_1 \beta) - (\alpha^2 - \beta^2 + i \cdot 2h_2 \alpha \beta) - r \beta^4} \quad (4)$$

ここで、 $\alpha = \omega_2/\omega_1$: 振動数比, $\beta = p/\omega_1$: 外力振動数比
 $h_1 = c_1/2m_1\omega_1$: 主系の減衰定数, $h_2 = c_2/2m_2\omega_2$: ケーブルの減衰定数
 $r = m_2/m_1$: 質量比, $\mu = (4/\pi^2)r\phi^2\cos^2\theta$: ケーブル有効質量比

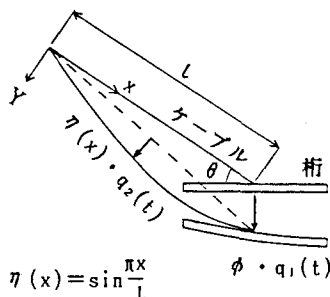


図1. 振動モデル

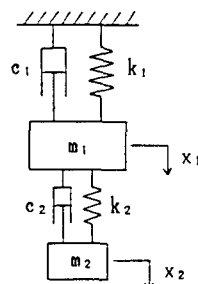


図2. 2質点モデル

4. 比較の結果

図3に示す模型について、実験値(振幅○, 位相△)と計算値(振幅—, 位相…)を比較した結果を、図5に示す。同図において、(a)は主系、(b)はケーブル、(c)はケーブル張力の周波数応答を表す。これらの結果から得られた知見を要約すると、およそ以下ようになる。

- (1). $\beta = 1$ 付近の遷移領域を境にして、主系の振幅応答が双峰をなすと共に、主系とケーブルの位相が反転するという実験値の全般的な周波数特性は、線形モデルの結果とほぼ同一である。
- (2). 式(3)によれば、ケーブルの減衰が最適値より比較的小さい場合(図4参照)、主系の振幅応答に出現する双峰は、式(2)で表わされる連成系の固有振動数に一致し、その周波数間隔は約 $\sqrt{\mu}$ に等しい。このことから、実験値における(見かけ上の)ケーブルの有効質量比は、線形モデルから予測されるものよりも小さいことがわかる。
- (3). 計算値における振動数比の最適値は、常に1より小さいが、実験時の振動数比を両端固定のケーブル弦振動数から求めると、実験における最適振動数比は1よりも大きくなる($\alpha = 1.01$)。
- (4). ケーブル張力の周波数応答には、定着点(主系)の振動に伴う張力変動と、横振動に伴う張力変動が連成する。理論上の仮定から明らかなように、線形モデルでは定着点の振動に伴う張力変動しか予測できない。これに対し実験値では、横振動に伴う張力変動の影響が、 $\beta = 1$ の前後で逆転して現われており、このケースの場合、 $\beta < 1$ で張力振幅を減少させ、 $\beta > 1$ で増加させている。

(参考文献)

- 1) 津村、辻、加納「斜張橋の振動減衰性に関する基礎的実験」第38回土木学会年次学術講演会, 1983

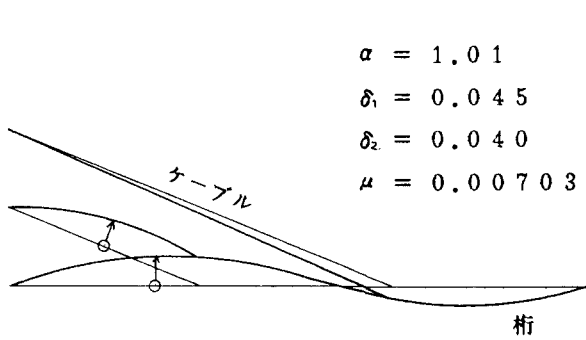


図3. 実験模型

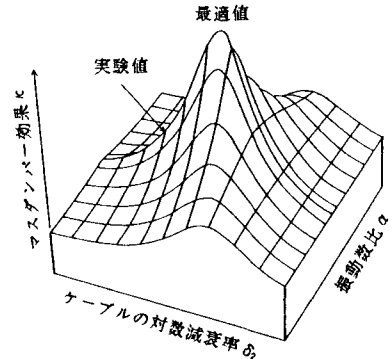


図4. 最適マスダンパー効果

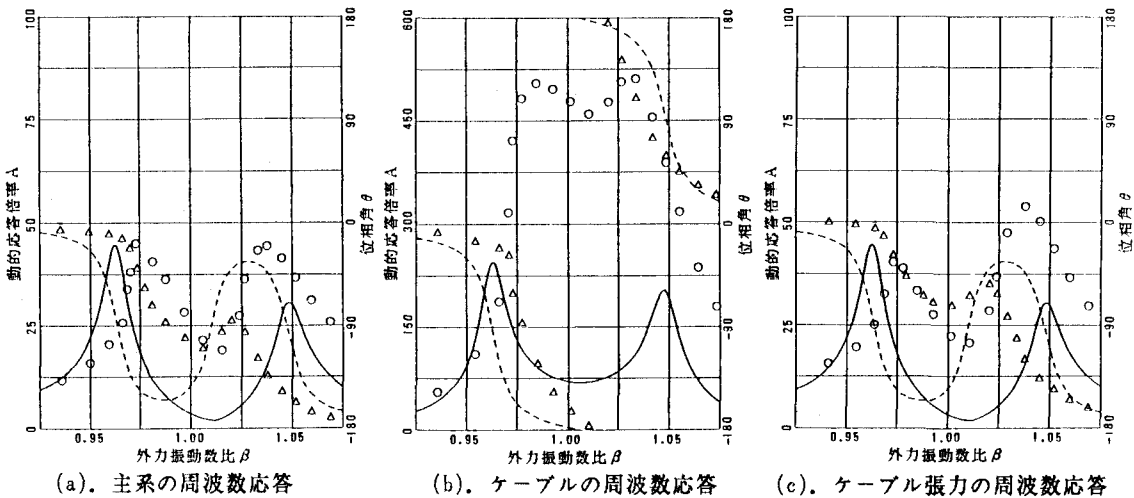


図5. 実験値と計算値の比較