

九州大学工学部 学生員 奥藤 稔

九州大学工学部 学生員 丸山一義

九州大学工学部 正会員 彦坂 照

1. 緒言

道路橋の走行荷重応答を増幅する原因の1つに、大型車両と橋梁の1次固有振動数が近いことが挙げられ、この場合、路面の凹凸が車両の加振源として無視できない要因となる。本研究では、まず単一走行車両を対象として、車両と橋梁の固有振動数が近接する場合の橋梁のためみ、速度、加速度応答最大値の簡易推定法を提案し、さらに複数車両の走行による橋梁の応答最大値に関する二、三の特性を述べる。

2. 解析モデルおよび不規則凹凸路面上を走行する車両の振動

図-1のように、車両を速度 v で走行する重量 P 、固有円振動数 ω 、減衰定数 α の1自由度振動系にモデル化し、ばね上質量の鉛直変位を $Z(t)$ とする。支間 l 、単位長さ当り質量 ρ の単純桁橋の1次固有円振動数 ω_n 、減衰定数 α_n とし、その動たわみが1次振動モード $\varphi(x) = \sin(\pi x/l)$ と基準座標 $g(t)$ を用いて次式で表わされるものとする。

$$y(x, t) = \varphi(x) \cdot g(t) \quad (1)$$

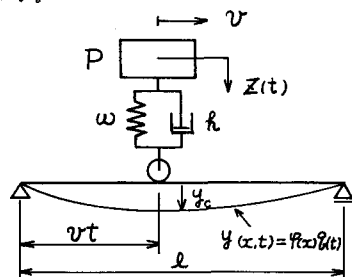


図-1

$t=0$ において橋梁は静止しているものとする。橋梁振動の大きさは走行車両の振動エネルギーに支配される。走行車両は、路面凹凸による加振と減衰力により失われるエネルギーとをバランスしてほぼ定常的な振動を行うので、 $Z(t)$ を一定振幅 A 、一定固有円振動数 ω 、ランダム位相角 ϕ をもつ定常ランダム過程に置き換える。振幅 A を車両ばねの静的変位 g/ω^2 (g は重力の加速度)の β 倍として、

$$Z(t) = A \sin(\omega t + \phi) = \beta(g/\omega^2) \sin(\omega t + \phi) \quad (2)$$

速度応答 $\dot{Z}(t)$ の最大値は $\dot{Z}_{\max} = \omega A = \beta(g/\omega)$ となり、車両振動の運動エネルギーの最大値 K と $\dot{Z}(t)$ の2乗平均値 $E[\dot{Z}^2]$ とが、それぞれ次式で表わされる。

$$K = \frac{1}{2} P \dot{Z}_{\max}^2 = \frac{P \beta^2}{2 \omega^2} \quad (3), \quad E[\dot{Z}^2] = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 = \frac{\beta^2 g^2}{2 \omega^2} \quad (4)$$

他方、路面凹凸周波数 Ω 、路面平滑度パラメータ a とし、路面凹凸 $\Delta(x)$ をパワースペクトル密度 $S_{\Delta}(\Omega) = a/\Omega^2$ の定常ランダム過程とすれば、この路面上を図-1の車両が走行するときの速度応答 $\dot{Z}(t)$ の2乗平均値は、ランダム振動論により近似的に次式で与えられる。

$$E[\dot{Z}^2] = \pi^2 a v \omega / r \quad (5)$$

式(4)と(5)の右辺を等置して β を求めれば、

$$\beta = \frac{\pi}{g} \sqrt{\frac{2 \omega^3 a v}{r}} \quad (6)$$

3. 橋梁の動的応答最大値

図-1の解析モデルに対する運動方程式は $g(t)$ と $Z(t)$ についての連立微分方程式となる。支間 $l = 40$ m、総重量 $W = 106.8$ ton、1次固有振動数 $f_n = 2.94$ Hz、減衰定数 $\alpha_n = 0.02$ の橋梁上を、 $P = 20$ ton、固有振動数 $f = 3$ Hzの車両が $\beta = 0.2$ 、初期位相角 $\phi = 135^\circ$ 、速度 $v = 40$ km/hで走行する場合の数値計算を行い、 $\dot{Z}$ および橋梁の支間中央点の応答 $\dot{y}_0$ 、 $\ddot{y}_0$ 、 $\ddot{y}_0$ の時間的变化をプロットすれば、図-2の通りである。橋梁と車両の固有振動数比 f_n/f が1に近い場合のこのような応答曲線には必ずうなり状の現象が見られ、たとえば $v l / l = 0.25$ 近傍で車両の振動エネルギーが急激に減少し、逆に橋梁の $\dot{y}_0$ 、 $\ddot{y}_0$ と動的増加たわみ(動たわみ-静たわみ) Δy_0 がほぼ最大となる。このとき式(3)の車両振動エネルギー K がすべて橋梁の振動エネルギーに変換されるものと仮定

すなわち、

$$K = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \{ \varphi(x) \dot{y}_{c \max} \}^2 dx = \frac{1}{4} \rho l \dot{y}_{c \max}^2 \quad (7)$$

式(3)と(7)の右辺を等置して $\dot{y}_{c \max}$ を求めれば、

$$\dot{y}_{c \max} = \frac{\beta g}{\omega} \sqrt{\frac{2P}{W}} \quad \text{ただし } W = \rho g l \quad (8)$$

$\dot{y}_{c \max}$ および $\Delta y_{c \max}$ は、近似的に次式で求められるとする。

$$\ddot{y}_{c \max} = \omega_n \dot{y}_{c \max} = \beta g \frac{\omega_n}{\omega} \sqrt{\frac{2P}{W}} \quad (9)$$

$$\Delta y_{c \max} = \frac{\dot{y}_{c \max}}{\omega_n} = \frac{\beta g}{\omega \omega_n} \sqrt{\frac{2P}{W}} \quad (10)$$

式(8)~(10)の応答最大値の近似解において、橋梁の減衰定数 h_n は無視されている。図-2の算例で h_n に0と0.02を与えた場合および橋梁の重量 W と曲げ剛性を2倍にした場合の厳密解と式(8)、(9)の近似解と比較すれば表-1の通りである。

4. 複数走行車両による橋梁の動的応答

2車線の単純桁橋を考え、 $t=0$ に橋梁に進入した図-1の車両に加えて、 $t=\tau$ に2台目の車両が進入するものとする。

各車両の特性値を添字1、2で区別し、走行速度 v は等しいものとする。橋梁-車両系の次の運動方程式を得る。

$$\ddot{z} + 2h_n \omega_n \dot{z} + \omega_n^2 z = \frac{2}{\rho l} \{ P_1 \varphi(vt) (1 - \frac{v}{l}) + P_2 \varphi[v(t-\tau)] (1 - \frac{v}{l}) \} \quad (11)$$

上式右辺の $\{ \}$ 内において、橋梁振動に直接影響する $\dot{z}_1$ 、 $\dot{z}_2$ の項のみを取り出して F_0 と置き、式(2)になら、

$$z(t) = \beta_1 (g/\omega_1^2) \sin(\omega_1 t + \phi_1), \quad z_2(t) = \beta_2 (g/\omega_2^2) \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (12)$$

を代入すれば

$$F_0 = P_1 \beta_1 \varphi(vt) \sin(\omega_1 t + \phi_1) + P_2 \beta_2 \varphi[v(t-\tau)] \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (13)$$

重量 P の大型車が並走し、かつ2台の固有円振動数 ω_1 、 ω_2 が近接している場合には、 $\tau=0$ 、 $\omega_1 - \omega_2 = \Delta \omega$ 、 $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) = \omega$ と置いて式(13)を変形すれば、結局次式を得る。

$$F_0 = P \varphi(vt) \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + 2\beta_1 \beta_2 \cos(\Delta \omega t + \phi_1 - \phi_2)} \cdot \sin(\omega t + \delta_1) \quad (14)$$

ただし δ_1 は位相角。すなわち、加振力 F_0 は円振動数 ω の振動とするが、振幅にも時間 t を含み、 $\Delta \omega t + \phi_1 - \phi_2 = \pm 180^\circ$ のとき振幅が最小となる。

$W = 213.6 \text{ ton}$ 、 $f_n = 2.94 \text{ Hz}$ 、 $h_n = 0.02$ の2車線橋上 $P = 20 \text{ ton}$ の車両2台が $v = 40 \text{ km/h}$ で並走するとき、i) $f_2 = \omega_2 / 2\pi = 3 \text{ Hz}$ 、 $\phi_1 = \phi_2 = 135^\circ$ として $\Delta \omega$ を変化させた場合、および ii) $f_1 = f_2 = 3 \text{ Hz}$ 、 $\phi_2 = 135^\circ$ として $\phi_1 - \phi_2$ を変化させた場合の橋梁の加速度応答最大値の変化をそれぞれ図-3および図-4に示す。

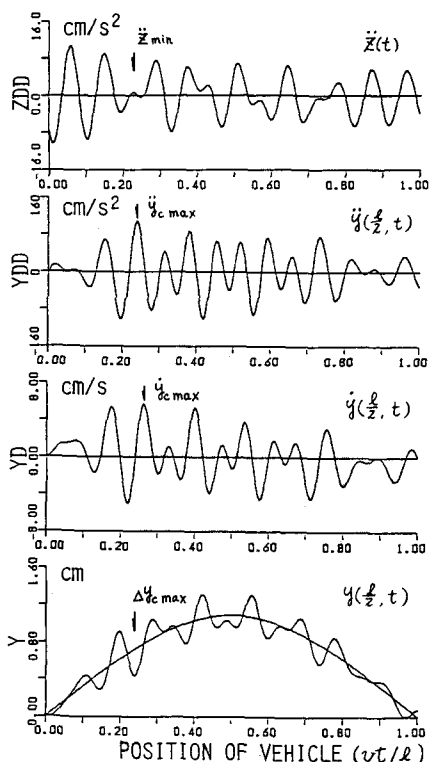


図-2

表-1 橋梁の動的応答最大値

W	h_n	$\dot{y}_{c \max}$ (cm/s)		$\ddot{y}_{c \max}$ (cm/s ²)	
		厳密解	近似解	厳密解	近似解
(ton)	0.0	6.57	6.36	129.0	117.5
	0.02	5.64		109.6	
213.6	0.0	4.79	4.50	87.6	83.1
	0.02	4.27		76.8	

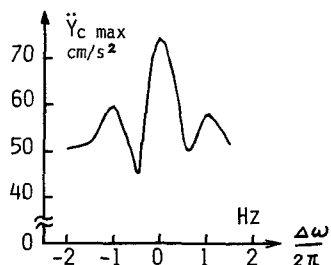


図-3

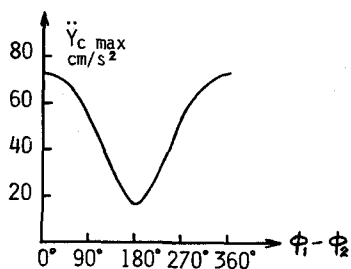


図-4