I-234　超過確率による組合せ荷重の設計値の決め方

東京大学　学正員　平井　秀輝　東京大学　正員　佐藤　尚次
東京大学　正員　西野　文雄　東京大学　正員　長谷川　彰夫

1．まえがき　構造物の長い耐用期間中には，性格の異なる荷重が多種作用し，同一の発生原因でも構造物の特性と種類，地域特性，時間的要因等により構造物に作用する荷重効果は異なってくる．こうした荷重のもつ不確定性を確率論的に扱い，合理的な構造設計を行なうのに必要な確率論的特性値を定式化しておくことは望ましい．本研究では，特に荷重の組合わせ問題に着目し，（１）設計に死荷重と活荷重のバランス（２）変動荷重の扱い，の２点を考察する．本研究では井上[1]らによる超過確率法に理論的な基礎を置いて，既往の設計法に近い立場からこの問題を考えることにした．

2．組合せ荷重に対する超過確率法の適用　設計に考慮する個々の荷重をX_i，荷重が作用することにより生じる応力等の組合せ荷重効果をZとすると，$Z=\Sigma a_i X_i$ と書くことができる．ここにa_i は各荷重から荷重効果への変換係数であり，Zの次元に統一すると同時に，橋梁等において，拘束条件，支間長，断面形の設計条件によって異なる係数である．簡単のため，死荷重X_D と活荷重X_L の組合せを考える．これらの荷重による作用応力をσとすると，$\sigma = a_D X_D^* + a_L X_L^*$　ここでa_D，a_L とは，一般にはある定められた量X_D，X_L に基づいて計算された作用応力$\sigma^* = a_D X_D + a_L X_L$ が許容応力度σ_a を下回るように定められる．すなわち，a_D，a_L の満足すべき条件は$\sigma^* = a_D X_D^* + a_L X_L^* \leqq \sigma$，ここに$X_D^*$，$X_L^*$ は，X_D，X_L のもとの分布に対し　$Pr[X_D \geqq X_D^*] = e_D$，$Pr[X_L \geqq X_L^*] = e_L$ を満足するように定められているとする．このとき，超過確率法によれば，確率変数σが，制限レベルσ_a を越える確率e_a と，e_D，e_L の間には次の関係が成り立つ．

$$e_a = Pr[\sigma \geqq \sigma_a] = 1 - \phi\left[\frac{\phi^{-1}(1-e_D)a_D\sigma_D + \phi^{-1}(1-e_L)a_L\sigma_L}{\sqrt{(a_D\sigma_D)^2 + (a_L\sigma_L)^2}}\right] \quad (1)$$

但しσ_D，σ_L は荷重X_D，X_L に対する標準偏差で，$\phi[\ ]$ は，標準正規確率分布関数$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ を表わす．そこで，式(1) のe_a と，e_D，e_L の関係を知るために$a=a_D/a_L$，$b=\sigma_D/\sigma_L$ とおき，log(ab) とe_a の関係をグラフにしたものが，Fig 1である．

直感的には，e_a はe_D とe_L の間にあるように思われるが，実はe_a としては，斜線を付した$e_a \leqq e_D$，e_L の領域が多いことが確認された．この斜線領域が広くなるようにe_D，e_L あるいは，a_D，a_L 等が選ばれれば，設計としては好ましいが，現実には，難しい問題である．一般的に，橋梁等においてスパン長，断面形が大きくなるにつれて，作用応力に占める死荷重の割合が，大きくなることが知られている．すなわち，Fig 2で示したように，スパン長や断面形の拡大につれて$a=a_D/a_L$ の値は大きくなると考えられる．Fig 1より，中程度以上のスパンの橋に対して，e_a は大きくなっているため，仮に活荷重の超過確率がかなり大きい場合であっても，その影響は大きくないと考えられる．

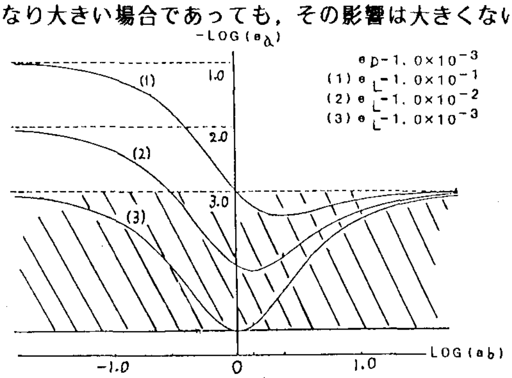

Fig 1

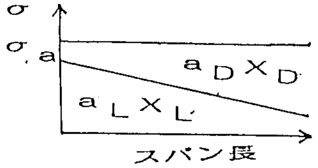

Fig 2

3．変動荷重の組合わせについて　2．においては，活荷重も死荷重と同様，時間軸上での変動の影響を無視していた．実際問題として，活荷重は変動荷重であり，e_L としてはこの影響を考慮に入れてより現実に近いものを選ぶべきである．このため，次に時間的変化に左右される変動荷重について考慮することにする．但し，ここでは設計条件の変化は考えないため，変換係数は省略する．すなわち，風　地震　雪荷重のように離散的にしかもまれに発生し，その継続時間は，構造物の耐用期間に比べて極めて短いものとし，その生起は単純ポアソン到着モデルで記述できるものとすると，最大値の確率分布の超過確率eは，その荷重の確率分布形からレベル超過確率Eが　$E=Pr\ [X \geq X^*]$　より　$e=\exp(-\lambda TE)$　ここに，Tは構造物の耐用期間，λ は平均発生率である．既往[2)]の研究では，変動荷重の組合わせを考えるに際しWENの方法が用いられることが多い．個々の変動荷重の最大値の超過確率を e_1，e_2とし，又，継続時間を d_1，d_2とすると，同時生起の平均発生率は，$\lambda_{12}=\lambda_1\lambda_2(d_1+d_2)$ である．そこで

$$e=Pr\ [S=S_1+S_2 \geq S^*] \qquad e_1=Pr\ [S_1 \geq S^*_1],\ e_2=Pr\ [S_2 \geq S^*_2]$$

$$e_{12}=Pr\ [S=S_1+S_2 \geq (S_1+S_2)^*]$$

以上のように定義すると，WENの方法によればeと e_1，e_2，e_{12}の関係は

$$e \simeq \exp(-\lambda_1 Te_1-\lambda_2 Te_2-\lambda_1\lambda_2(d_1+d_2)Te12)$$

又，本提案の超過確率法によれば，

$$e=1-\phi\left(\frac{\phi^{-1}(\exp(-\lambda_1 Te_1))\sigma_1+\phi^{-1}(\exp(-\lambda_2 Te_2))}{\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}\right)$$

WENの方法と超過確率法は，その前提条件において，差異がある．Fig 3に示すように，WENの方法は，荷重 S_1，S_2，…のいずれもが，荷重レベル S^* を越えないとしているので，同時発生の影響が小さくなる．すなわち，例えば，S_1，S_2，S_3の3つの荷重があった時に，S_1とS_2のみの組合わせを考えてWENの方法を用いることは実用的な意味は薄く，全部の組合わせを考えなければならないことになる．したがって，組合わせ荷重効果を考えるには不適当である．これに対し，超過確率法は，荷重 S_1，S_2に対して各々 S^*_1，S^*_2を設定し，この S^*_1，S^*_2を越えないという条件の下では，超過確率は，大きくてもかまわなくなり，示方書の許容応力度の割り増しという項目に近い考え方である．

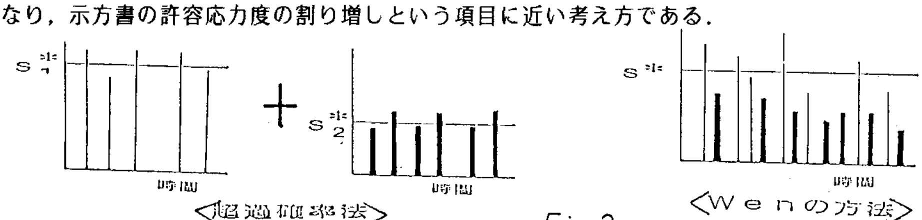

Fig 3

4．割り増し係数について　割り増し係数を γ とおき，$\gamma=(S^*_1+S^*_2)/(S_1+S_2)^*$　と定義し，超過確率法を適用する．右に示した値が数値計算である超過確率法によると発生回数の少ないものが示方書等の値に対応し，発生回数が多くなると活荷重等の主荷重に対応すると考えられ，定式化の妥当性をうかがわせる．

超過確率法

発生回数	割り増し係数
1	1.414
10	1.252
50	1.135
100	1.006
200	1.043
300	1.022
400	1.010
500	1.004

示方書（日本　道路橋）

温度変化の影響	1.15
風荷重	1.25
制動荷重	1.25
衝突荷重	1.7　（鋼材）
	1.5　（RC）

5．結語　超過確率法によれば，橋梁等のスパンが長くなると活荷重の超過確率は大きくとれる．又変動荷重の扱いに対しては，同時発生の影響が少ないという点を考えるとWENの方法より超過確率法が適している．さらに許容応力度の割り増し係数について現行の示方書の規定に近い値が得られた．

参考文献

1）井上，佐藤，西野　超過確率による構造物の信頼性設計，第37回年講Ｉ－37

2）山田ら　組合せ荷重モデルに基づく鋼道路橋の荷重係数の確率論的評価第29回構造工学シンポジウム