

舞鶴 高 専 正会員 〇松保重之
鳥取大学工学部 正会員 白木 渡

鳥取大学工学部 正会員 高岡宣善
総合技術コンサルタント 正会員 山本克之

1. まえがき 道路橋の主桁を設計する場合、それが最も危険な状態であると考えられる渋滞時と考慮すべきであると考え、前の報告¹⁾では、このような渋滞時活荷重を、阪神高速道路公団の実測結果に基づき不規則分布荷重 $\tilde{q}(x)$ （ x は、橋軸に沿う座標）でモデル化した。本報告では、このような不規則分布荷重が種々の構造形式の高架橋に作用した場合、その主桁に生ずる静的応答の確率特性値を解析的に評価する方法について述べる。なお、前の報告¹⁾における不規則分布荷重のモデル化の際には、渋滞時の自動車列を規定する要因が不規則分布荷重のモデル化に与える影響を明らかにするために、種々の渋滞パターンに対して不規則分布荷重 $\tilde{q}(x)$ の確率特性値を求めたが、本報告での数値計算例には、その中でも最も代表的なモデル化である

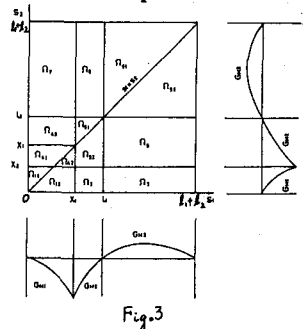
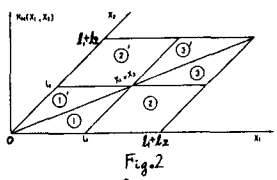
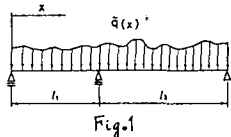
期待値 $\bar{q} = 0.4586$ (t/m), 自己相関関数 $K_q(\tau) = D_q \cdot \exp(-a|\tau|) = 0.4064 \exp(-0.3164|\tau|)$ (t/m) (1)
という不規則分布荷重が高架橋に作用する場合を考える。上式中、 $D_q = 0.4064$ は分散、 $a = 0.3164$ m⁻¹ は正の定数である。

2. 解析方法 分布荷重 $\tilde{q}(x)$ とそれによって引き起こされる断面力 $\tilde{M}(x)$ との間には、構造力学の理論によつて、式(2)のような積分関係式が成立する。式において、 $G_H(x, s)$ は、単位荷重が断面 s に作用した時の断面 x の断面力 $\tilde{M}(x)$ の影響値（影響関数）であり、 $\tilde{M}(x) = \int_L \tilde{q}(s) G_H(x, s) ds$ (2)
 $\tilde{q}(x)$ などの上付き記号 $(\sim)$ は、その量が不規則変数であることを示す。また、積分は、荷重作用位置 s に関して全載荷領域 L において行なう。まず、式(2)の期待値をとると、断面力の期待値 $\bar{M}(x)$ は、荷重の期待値 $\bar{q}(x)$ を用いることによって式(3)により求まる。式(2)と式(3)とを比較すると、断面力の期待値 $\bar{M}(x) = \int_L \bar{q}(s) G_H(x, s) ds$ (3)
 $\bar{M}(x)$ の評価は、確定論での断面力 $M(x)$ の評価と完全に対応することが分る。

次に、断面力の自己相関関数 $K_M(x_1, x_2)$ は、積分関係式(2)が成立する場合、不規則関数の相関理論により、荷重の自己相関関数 $K_q(x_1, x_2)$ を用いて式(4)で求めることができる。²⁾

$$K_M(x_1, x_2) = \int_L \int_L G_H(x_1, s_1) G_H(x_2, s_2) K_q(s_1, s_2) ds_1 ds_2 \quad (4)$$

式(3)と(4)を用いれば、任意の構造形式の桁に生ずる任意の断面力の確率特性値を評価できらるが、ここでは、Fig.1に示すような等断面を有する2径間連続桁の曲げモーメントを例にとり、その評価手順を簡単に示す。まず、2径間連続桁の場合、式(4)中の影響関数 $G_H(x, s)$ は注目断面 x が中間支点 $x=l_1$ より左か右かによって表式が異なるので、 $x \leq l_1, x_2 \leq l_1$ と $x \leq l_1, x_2 > l_1$ と $x > l_1, x_2 \leq l_1$ と $x > l_1, x_2 > l_1$ の4つの場合について別々に式(4)を計算する必要がある。しかし、相関関数の性質 $K_M(x_1, x_2) = K_M(x_2, x_1)$ を用いれば、Fig.2に示すような3つの場合(①, ②, ③の部分)についてのみ式(4)を計算すれば、全ての x_1, x_2 の場合について $K_M(x_1, x_2)$ を決定することができる。ここでは、①の部分のみの $K_M(x_1, x_2)$ の計算手順を示すが、②, ③の部分についても同様に計算することができる。式(4)は荷重載荷位置 s についての積分であるが、式中の影響関数 $G_H(x, s)$ は、2径間連続桁の場合、注目断面 x のみならず載荷位置 s の大小関係($x \leq l_1$ の①の部分では、 $0 \leq s \leq x, x \leq s \leq l_1$ および $l_1 \leq s \leq l_1 + l_2$)によつても表式が異なる。さらに、荷重の自己相関関数 $K_q(x_1, x_2)$ は式(1)で与えられ、 $|\tau| = |s_1 - s_2|$ であることを注意すれば、 $s_1 \geq s_2$ と $s_1 < s_2$ とで $K_q(\tau)$ も表式が異なる。以上の諸点に注意して、式(4)の全積分領域 Ω を、Fig.3に示すように14個に分割すると、式(5)によって $K_M(x_1, x_2)$ を決定することができる。ただし、Fig.3中の $G_{H1}(x, s), G_{H2}(x, s)$ および $G_{H3}(x, s)$ は、それぞれ、 $0 \leq s \leq x, x \leq s \leq l_1$ および



び $l_1 \leq s \leq l_1 + l_2$ の場合に対する 2 径間連続桁の曲げモーメントの影響関数であり、その概形を図示したものである。

$$K_M(x_1, x_2) = D_8(J_{11} + J_{12} + J_2 + J_3 + J_{41} + J_{42} + J_{43} + J_{51} + J_{52} + J_6 + J_7 + J_8 + J_{91} + J_{92}) \quad (5)$$

$$J_{11} = \int_0^{x_2} \int_0^{s_2} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M1}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_{12} = \int_0^{x_2} \int_{s_2}^{x_1} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M1}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_2 = \int_0^{x_2} \int_{x_1}^{l_1} G_{M2}(x_1, s_1) G_{M1}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2,$$

$$J_3 = \int_0^{x_2} \int_{l_1}^{l_1 + l_2} G_{M3}(x_1, s_1) G_{M1}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2, \quad J_{41} = \int_{x_2}^{x_1} \int_0^{s_2} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_{42} = \int_{x_2}^{x_1} \int_{s_2}^{x_1} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2,$$

$$J_{43} = \int_{x_2}^{x_1} \int_{x_1}^{l_1} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_{51} = \int_{x_2}^{x_1} \int_{l_1}^{l_1 + l_2} G_{M2}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_{52} = \int_{x_2}^{x_1} \int_{x_1}^{l_1} G_{M2}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2,$$

$$J_6 = \int_{x_2}^{l_1} \int_{l_1}^{l_1 + l_2} G_{M3}(x_1, s_1) G_{M2}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2, \quad J_7 = \int_{l_1}^{l_1 + l_2} \int_0^{s_2} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M3}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_8 = \int_{l_1}^{l_1 + l_2} \int_{s_2}^{x_1} G_{M1}(x_1, s_1) G_{M3}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2,$$

$$J_{91} = \int_{l_1}^{l_1 + l_2} \int_{l_1}^{l_1 + l_2} G_{M3}(x_1, s_1) G_{M3}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_2 - s_1)} ds_1 ds_2, \quad J_{92} = \int_{l_1}^{l_1 + l_2} \int_{s_2}^{l_1 + l_2} G_{M3}(x_1, s_1) G_{M3}(x_2, s_2) e^{-\alpha(s_1 - s_2)} ds_1 ds_2$$

式(5)において、 $x_1 = x_2 = x$ とすれば、断面 x における曲げモーメントの分散 $D_M(x) = K_M(x, x)$ を求めることができる。ここでは、曲げモーメントの確率特性値についてのみに示し、その他の断面力、たとえばせん断力 $\tilde{Q}(x)$ についてもその確率特性値を同様に求めることができる。さらに、ある断面力と他の断面力、たとえば曲げモーメントとせん断力との相互相関関数 $K_{MQ}(x_1, x_2)$ についても同様に求めることができる。

3. 数値計算例 種々の寸法、構造形式の桁に生ずる断面力の確率特性値を上述の方法によって求め、比較検討を行なった。ここでは、その一例を示す。Fig.4(a)の 2 径間連続桁に、式(1)で与えられる確率特性値を有する不規則分布荷重 $\tilde{q}(x)$ が作用した場合の断面力の確率特性値を計算した。断面力の期待値については、確定論的に求めることができるので、ここでは省略する。Fig.4(b)は、曲げモーメント $\tilde{M}(x)$ の分散 $D_M(x)$ を、Fig.4(c)は、せん断力 $\tilde{Q}(x)$ の分散 $D_Q(x)$ をそれぞれ示している。さらに、Fig.4(d)は、 $\tilde{M}(x)$ と $\tilde{Q}(x)$ との同一断面 x における相互相関係数 $\rho(x) = K_{MQ}(x, x) / \sqrt{D_M(x) \cdot D_Q(x)}$ ($K_{MQ}(x, x)$ は $\tilde{M}(x)$ と $\tilde{Q}(x)$ との同一断面 x における相互相関関数) を示している。Fig.5 は、Fig.4(a)の連続桁に生ずる $\tilde{M}(x)$ の自己相関関数 $K_M(x_1, x_2)$ を x_1, x_2 平面上にプロットした結果である。Fig.5を見ると、中間支点上の断面と他の断面との相関を表わす $x_1 = l_1, x_2 = l_1$ の線上で、 $K_M(x, x)$ 曲面は弱い不連続を示している。これは、連続桁の $\tilde{M}(x)$ の影響関数が、支点を境に別の関数で表わされることの影響である。また、支点と長い方の径間の中央付近では負の相関が大きくなっていることが分かる。さらに、一方の径間の中央付近ともう一方の径間の中央付近の間では負の相関が現われる。このことは、右径間の $\tilde{M}(x)$ が大きくなる傾向があるとき左径間の $\tilde{M}(x)$ は小さくなる傾向があることを示している。このことに関連し、同一径間の中央付近どうしの $\tilde{M}(x)$ の相関性は正となることも分かる。なお、本研究での解析法の有効性を示すために、Fig.4(a)の桁に式(1)の確率特性を有する自動車荷重列が作用した場合の $\tilde{M}(x)$ をシミュレーションによって直接求め、 $\tilde{M}(x)$ の分散 $D_M(x)$ を求めた。その結果は、Fig.4(b)において○印で示される。図から明らかなように、このシミュレーション結果の $D_M(x)$ は、本解析法による結果(実線で示される)と非常によく一致している。このことは、式(1)の形で規定される不規則分布荷重モデルは、渋滞時自動車列をよくモデル化しているということ、および本解析法による評価法の有効性を裏付けているものと思われる。《謝辞》有益な資料の提供を賜った阪神高速道路公団設計荷重委員会(HDL)の関係各位に謝意を表します。

(1) 山本他: 阪神高速道路橋における渋滞時荷重のモデル化, 第 9 回年報, 2) 阪神公団設計荷重(HDL)委員会: 阪神高速道路橋荷重実態調査, 設計荷重委員会資料, No.24-95, 1982-1984, 3) 高岡・日本木村: 不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析, 工学論文集第 33 号, 1983-6, pp.67-68, 4) ルジャーン・高岡・木村: 橋梁の信頼性解析, 丸善

