I-228　荷重係数の確率論的解釈に関する一考察

早稲田大学　○　学生員　根本　佳明
早稲田大学　　　学生員　伊勢田　敏
早稲田大学　　　正会員　依田　照彦

1．はじめに　部材の耐荷力の余裕を測る尺度として活荷重耐荷倍率[1)]という概念がある。そこでは、確定量のみを扱っており、確率論は導入されていない。一方、活荷重耐荷倍率と死活荷重比との関係に注目すると、荷重係数を表現するのに非常に都合がよい。そこで、本報告では、材料強度R、死荷重D、活荷重L、の３つの変数を確率変量とみなし、活荷重耐荷倍率と死活荷重比に確率論的な根拠を与えることによって、荷重係数の確率論的考察を試みた。上記３つの確率変量として、実橋のデータ[2)]に基づき、しかも実データの特性を損うことがないよう、RとDについては正規分布、Lについては指数分布を採用した。ここでは、活荷重耐荷倍率そのものを設計に利用しようとする意図からではなく、現行の許容応力度設計法で設計された実橋に関し、荷重係数設計法を適用した場合、その荷重係数を確率論的に意味付けるための媒体として活荷重耐荷倍率が利用できるのではないかとの判断より考察を行った。

2．活荷重耐荷倍率の利用　ある部材の耐荷力の余裕分は、R－(D＋L) と考えられ、この余裕分が活荷重Lの何倍であるかを知る指標が活荷重耐荷倍率　$\alpha+1$　である。即ち、

$$\alpha+1=\frac{R-(D+L)}{L}\qquad \text{-----}\ (1)$$

次に荷重係数設計法の基本不等式は

$$\phi R \geqq \gamma_0(\gamma_D D+\gamma_L L)\qquad \text{-----}\ (2)$$

(2)式は

$$R \geqq \frac{\gamma_0\gamma_D}{\phi}D+\frac{\gamma_0\gamma_L}{\phi}L\qquad \text{-----}\ (3)$$

と変形できるので $\gamma_0\gamma_D/\phi=\gamma_D'+1$　，　$\gamma_0\gamma_L/\phi=\gamma_L'+1$　とおくと

$$\frac{R-(D+L)}{L}\geqq \gamma_D'\frac{D}{L}+\gamma_L'\qquad \text{------}\ (4)$$

が求まる。ここで $D/L=\beta$　(死活荷重比) を導入すると (4) 式は次式の様に表わせる。

$$\alpha+1=\gamma_D'\beta+\gamma_L'\qquad \text{-----}\ (5)$$

(5)式をみると、縦軸に$\alpha+1$，横軸にβをとれば、等号は傾きγ_D'，切片γ_L'の直線に対応するので、荷重係数を考える上でわかりやすいのである。

3．確率論の導入　今、材料強度，死荷重，活荷重をそれぞれ確率変量として(6)式の様に仮定する。

$$\mathbb{R}(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_R}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r-\mu_R}{\sigma_R}\right)^2},\quad \mathbb{D}(d)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_D}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{d-\mu_D}{\sigma_D}\right)^2},\quad \mathbb{L}(\ell)=\lambda e^{-\lambda(\ell-S_f)}\qquad \text{-----}(6)$$

活荷重耐荷倍率 $\alpha+1$ の確率密度関数 $\mathbb{F}(\alpha+1)$ は

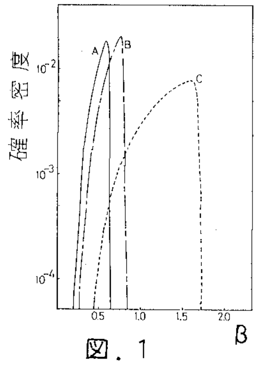
$$\mathbb{F}(\alpha+1)=\lambda^2\exp\left\{\lambda\left(2S_f-\mu_x+\frac{1}{2}\lambda\sigma_x^2\right)\right\}\times\int_{S_f}^{\infty}\exp(\lambda\alpha\ell)\times\Phi\left(\frac{(\alpha+1)\ell+S_f-\mu_x+\lambda\sigma_x^2}{\sigma_x}\right)d\ell\qquad \text{-----}(7)$$

ここに　$\sigma_x=\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_D^2}$　，　$\mu_x=\mu_R-\mu_D$　，　$\Phi(z)=\int_z^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$　である。

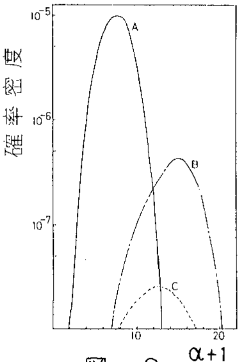
一方、死活荷重比βの確率密度関数 $\mathbb{B}(\beta)$ は次式で表わされる。

$$\mathbb{B}(\beta)=\frac{\lambda}{\beta}\exp\left\{\lambda\left(S_f-\frac{\mu_D}{\beta}+\frac{\lambda\sigma_D^2}{2\beta^2}\right)\right\}\times\Phi\left(\frac{S_f-\left(\frac{\mu_D}{\beta}-\frac{\lambda\sigma_D^2}{\beta^2}\right)}{\sigma_D/\beta}\right) \qquad ----- \quad (8)$$

(7)(8)式を用いると、図1，2の様な関係が画ける。これらの図より、図3～5の様な等確率密度曲線が得られる。（図中の数字は、例えば8は10^{-8}の確率を示す。）そこで，図上に荷重係数を変化させた場合の直線①，②[3]，③をひいてみた。



図．1



図．2

4．考察

γ_D'，γ_L'に含まれる荷重係数について確率論的考察を行った結果、次の様なことがわかった。図3で直線②を例にとると、A橋の材料強度と死荷重，活荷重に関していえば、起こり得るすべての事象を100%とすると、直線より上の領域は荷重係数設計法の基本不等式を満足しており、99.99998%の事象を考慮していることになる。逆に直線より下の領域では1.66×10^{-5}%の事象について基本不等式を満足していないことになり、その事象が実際に破壊を引き起こすかどうかは別としても設計の時点では考慮の対象外となっていたことを意味する。この確率を棄却確率とよぶことにして表2に示した。さらに具体的にいえば、図3のA点とB点は同じ確率で起こり得る事象であるが、A点の場合は$\beta=0.55$，$\alpha+1=0.8$になる様な事象であり、施工ミスか何かでB点に比べて死活荷重比が大きくなり活荷重耐荷倍率が小さくなってしまった様な事象を表わす。このA点の事象については図の直線②で表わされる荷重係数設計では考慮されていないことになる。B点は重いトラックが載るなどしてA点に比べ$\beta=0.1$と小さくなっているが、活荷重耐荷倍率は大きくなっている様な事象を表わしている。

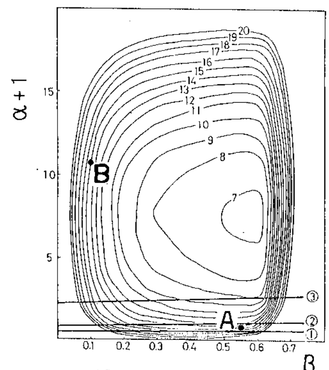


図.3　A 橋

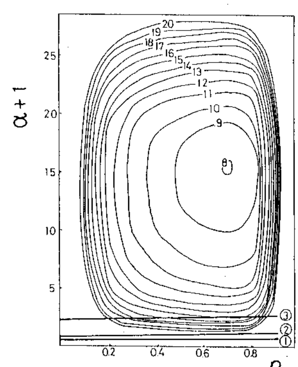


図.4　B 橋

5．おわりに

今回は、荷重効果について死荷重と活荷重（自動車荷重）のみを取り上げたが、例えば活荷重（自動車荷重）と風荷重の2つに対しても活荷重耐荷倍率ならぬ風荷重耐荷倍率の様な概念を導入し、理論の拡張を進めていくことも考えられる。また、3つの実道路橋についての結果であるため、まだ一般論を述べることはできないが、荷重係数を確率論的に評価する一つの試みとして、ここに報告した次第である。

表.1　橋梁別データ

	型　　式	床版	1日交通量	スパン長	超過確率
A 橋	単純支持桁プレートガーダー	RC	25400 台/日	20.84 m	1.59×10^{-9}
B 橋	3径間連続2箱桁	鋼	?	66.50	8.51×10^{-10}
C 橋	3径間連続2箱桁	鋼	34838	53.20	1.56×10^{-8}

表.2　棄却確率　　$\gamma_0=1.1$

	ϕ	γ_D	γ_L	A 橋	B 橋	C 橋
①	0.90	1.0	1.2	1.22×10^{-13}%	4.28×10^{-24}%	1.64×10^{-8}%
②	0.88	1.1	1.4	1.66×10^{-5}	1.57×10^{-12}	6.95×10^{-7}
③	0.86	1.2	2.5	1.12×10^{-1}	3.83×10^{-6}	7.58×10^{-3}

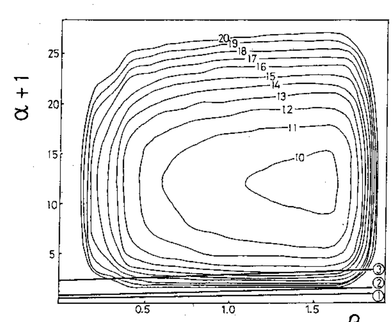


図.5　C 橋

（参考文献）

1）堀井：橋梁の耐荷力に関する一考察，第33回年講.

2）建設省土木研究所資料　第960号.

3）安全性信頼性総合研究班第2次報告：JSSC, VOL.17, NO.179, '81.2.3.