

防衛大学校土木工学教室 教授 石川信隆
 防衛大学校土木工学教室 助手 三原徹治
 防衛大学校土木工学教室 研究科○香月 智

1. 緒言

土木構造物の設計法は、現行の許容応力度設計法から次第に荷重係数設計法へ移行し、さらに将来は構造物のねばり、つまり塑性率を基準とした概念が導入されるものと思われる。一方、構造物の最適設計法に関する研究は、構造物の挙動を弾性体とみなした最適弾性設計や剛塑性体と仮定する最適塑性設計法が、従来数多く行なわれてきた。しかし構造物の挙動を弾塑性体と考えた最適弾塑性設計法に関しては、ほとんど皆無の状態である。

本研究は、塑性率を制約とする最適弾塑性設計法の開発を企図し、その第一歩として降伏部材を逐次選択していく方式を考案したものである。ここでは、その解法骨子を述べ、簡単な計算例により従来の設計法との差異を明らかにするものである。なお、本法では1)微小変形理論および、2)単純塑性理論の仮定に従うほか、3)各部材の弾塑性挙動は図-1に示すような完全弾塑性型とする。

2. 弾塑性解析および最適弾塑性設計の基本式

(1) ホロノミック弾塑性解析の基本条件

ホロノミック弾塑性解析とは、全変形理論に基づき過去の荷重履歴とは無関係にその荷重レベルでの弾塑性変形状態を求めるもので、基本条件は表-1のように表される²⁾。ここで、式(1)は平衡条件、式(2)は弾塑性変形適合条件、式(3)は弾性内変形と内力との関係、式(4)は塑性変形の直交条件、式(5)は降伏条件、式(6)は塑性流れ条件をそれぞれ示している。さらに F = 外力ベクトル、 u = 節点変位ベクトル、 Q = 内力ベクトル、 δ = 全内変形ベクトル、 δ^e = 弾性内変形ベクトル、 δ^p = 塑性内変形ベクトル、 λ = 塑性乗数ベクトル、 ϕ = 降伏関数ベクトル、 R = 塑性容量ベクトル、 C^T, C = 平衡、適合マトリックス、 K, K^e = 集合剛性、柔性マトリックス、 N = 降伏条件に対する単位法線外向き列ベクトルをもつマトリックス、 H = 硬化係数マトリックスである。ここで式(6)は、降伏関数が $\phi \leq 0$ で塑性乗数が $\lambda \geq 0$ であるので、各ベクトル要素 ϕ_i, λ_i に対して次の条件式が常に成立することを意味する。

$$\lambda_i = 0 \text{ if } \phi_i < 0 \quad \dots (7a) \quad \lambda_i \geq 0 \text{ if } \phi_i = 0 \quad \dots (7b)$$

(2) 最適弾塑性設計の基本式

表-1の式(1)～(5)を連立に解くと表-2の式(9)が得られ、これと式(6)および塑性率を制約条件とする最適弾塑性設計の基本式が表-2に示すようになる。ここに、式(8)は構造全重量が最小になることを示し、式(11)はある部材の塑性率が許容塑性率以内にあることを、また式(12)～(14)は設計荷重 $d_0 F$ において構造物が塑性崩壊に至らないことを保証している。さらに $\bar{R}$ = 塑性容量の1次微係数マトリックス、 x = 設計変数、 μ = 部材塑性率ベクトル、 α = 重量係数、 W = 構造重量、 d_0 = 設計荷重係数、 d_a = 許容荷重係数、 d = 崩壊荷重係数、 Q^c = 崩壊状態における内力ベクトルである。

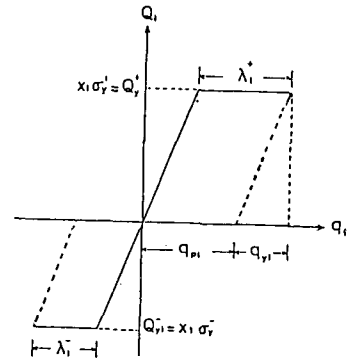


図-1 部材の弾塑性挙動

表-1 ホロノミック弾塑性解析の基本式

(E)	$C^T Q = d_0 F$	(1)
(C)	$q = C u$	(2a)
	$q = q^e + q^p$	(2b)
(H)	$q^e = k^e u$	(3)
(N)	$q^p = N \lambda, \lambda \geq 0$	(4)
(Y)	$\phi = N^T Q - R - H \lambda \leq 0$	(5)
(P)	$\phi^T \lambda = 0$	(6)

表-2 最適弾塑性設計の基本式

object :	$W = \bar{\alpha}^T x \rightarrow \min$	(8)
constraints :	$\phi = d_0 B(x) \cdot D(x) \lambda \leq 0$	(9)
	$\phi^T \lambda = 0$	(10)
	$\mu \leq \mu_a$	(11)
	$d \geq d_a > d_0$	(12)
	$C^T Q^c - d F = 0$	(13)
	$N^T Q^c - R x \leq 0$	(14)
where	$B(x) = N^T k C K^e F$;	
	$D(x) = N^T k C K^e C^T k N - N^T k N - H$;	
	$K_e = C^T k C$;	

3. 降伏部材の選択と設計手順 表-2の基本式の中で、式(10)は式(7)で述べたように解の空間を不連続にするので、これを判定条件として用い、残りの式をSLP(逐次線形計画法)の形に変換して解くこととする。式(10)の判定条件とは、降伏条件 Φ および塑性乗数 λ を式(7a)で表されるnonactiveなものの($\Phi_n \leq 0, \lambda_n = 0$)と式(7b)で表されるactiveなもの($\Phi_n = 0, \lambda_n \geq 0$)とに分類することである。いまある段階で $\Phi_{n_i} = 0$ ($i=1,2,\dots$)となったとき、目的関数の変化量 ΔW_i は式(9)に対応するdual変数 β を用いて次のように近似的に表される。³⁾

$$\Delta W_i = \lambda_i \beta^T \{D(x)\}_i \approx \lambda_i \beta^T \{D(x)\}_i \quad (15)$$

これより降伏部材の選択は、この ΔW_i のうち最大値に相当する i 部材が選ばれ、この λ_i が式(9)の降伏条件 $\Phi(x)$ の中に逐次加えられることになる。よって設計手順は次のようになる。1) まず初期値 λ_i を最適塑性設計(式(8)および式(12)~(14))によって求める。2) この初期値を用いてすべての部材を弾性と仮定した弾性限界設計($\Phi = \Phi_n$)を行う。3) Φ_n のうちactiveな Φ_{n_i} に対して式(15)を用いて降伏部材が選ばれて再設計を行う。4) Φ_n のうち新たにactiveなものが選ばれなくなるまで再設計をくり返す。5) 設計終了後、弾塑性増分解析⁴⁾を行い、本設計法の妥当性を検討する。

4. 計算例 図-2に示す3部材トラスの最適弾塑性設計を行った。許容塑性率 $\mu_a = 1.0 \sim 2.0$ に変化させたときの構造全体積 V および設計変数 $X_{1,2}$ の値を、図-3に示した。また設計終了後の弾塑性解析の結果($\mu_a = 1.31, 1.62, 1.71$)を図-4に示した。1) このトラスは1次不静定であるので、降伏部材として部材①のみが選ばれている。2) 許容塑性率 $\mu_a = 1.0$ のときは全部材が弾性であるので、いわゆる弾性限界設計となり、この結果は従来の解と完全に一致している。3) 次に、 $\mu_a = 1.0 \sim 2.0$ と大きくなるに従い、降伏部材の断面 X_1 はすこしづつ小さくなり、一方の断面 X_2 は大きくなっている。また構造体積 V は、許容塑性率 μ_a を大きくするにつれて減少している。4) この傾向の限界は、許容塑性率 $\mu_a = 1.71$ であり、そのときの設計値は最適塑性設計の結果と合致している。5) 図-4の結果より、許容塑性率を大きくすることによって弾性限界荷重が小さく、また剛性の小さい設計が得られている。さらに設計で得られた1部材の塑性率($\mu = \mu_a$)と解析で得られる塑性率は一致していることから本設計法の妥当性が確認される。

5. 結論 本研究により骨組構造物の最適弾塑性設計が可能となった。ほか本研究の成果は以下のように要約される。1) 降伏部材の選択方法の妥当性が確認された。2) 最適弾塑性設計の解は、最適弾性限界設計と最適塑性設計の中間にあり、許容塑性率に対応して連続した解となっている。3) 許容塑性率を大きくすると、構造物全体の变形性能も増加する。

参考文献 1) Uri Kirsh: 最適構造設計, 監訳, 山田善一, 大久保偵二, 昭和58年10月。2) De Donato, O.: Fundamentals of Elastic-Plastic Analysis: Engineering Plasticity by Mathematical Programming, edited by Cohn, M. Z. and Maier, G., Pergamon Press, 1979。3) 古林 隆: 線形計画法入門, 産業図書。4) 石川 ほか: 最適化手法による骨組構造の弾塑性解析に関する一考察, 第37回土木年講, I-17, 昭和57年10月。

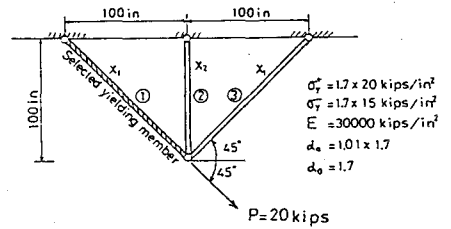


図-2 3部材トラス

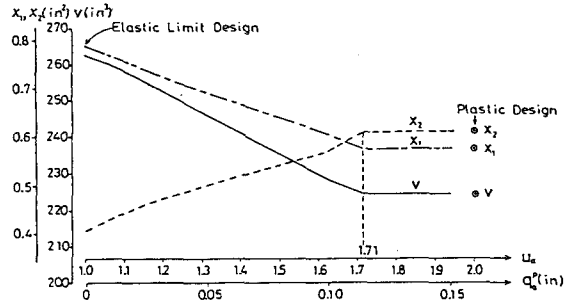


図-3 許容塑性率と最適断面配分及び構造体積

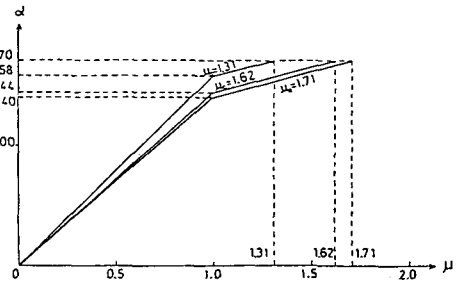


図-4 1部材の弾塑性応答