

愛媛大学工学部 正会員 大久保 禎二
川田工業(株) 正会員 谷 脇 一弘

1. まえがき

双対理論および部材の Suboptimization の結果を利用して、静荷重を受けるトラス構造物の最適設計を行う場合、部材断面積 A および双対変数 λ の初期値として任意の値をとり得るが、その初期値が最適解に比較的近い場合には、active な制約条件群 M の変化が少なくなり、最適解への収束がより容易となる。また Suboptimization の結果を利用した最適設計法において、最適部材配置を決定するためには多少の工夫が必要となる。本研究は、これらの点について検討を行ったものである。

2. 包絡法による部材断面の初期値の決定

部材の応力度制限および節点のたわみ制限を考慮したトラス構造物の部材断面積 A を、包絡法により改良する場合の反復改良式は次のようになる¹⁾。

部材断面積が応力度制限により決定される部材 i に対して

$$A_i^{(k+1)} = \frac{|N_i^{(k)}|}{\sigma_a(A_i^{(k+1)})} \quad (i \in S_\sigma) \quad (1)$$

ここに、 S_σ : 断面積が応力度制限により決定される部材番号の集合、 $N_i^{(k)}$: 実荷重による部材 i の部材力、 $\sigma_a(A_i^{(k+1)})$: k+1 回目の改良断面積 $A_i^{(k+1)}$ に対する最大許容応力度 ($\sigma_{ca}(A_i^{(k+1)})$ または $\sigma_{ca}(A_i^{(k+1)})$)

部材断面積がたわみ制限により決定される部材 j に対して、

$$A_j^{(k+1)} = \frac{1}{\delta_a - \delta_b} \cdot \frac{\sqrt{e_j} \cdot A_j^{(k)}}{f_j \cdot l_j} \sum_{i \in S_\delta} \sqrt{e_i} \cdot A_i^{(k)} \rho_i l_i \quad (j \in S_\delta) \quad (2)$$

ここに、 S_δ : 断面積がたわみ制限により決定される部材番号の集合、

$$\delta_\sigma = \sum_{i \in S_\sigma} \frac{N_i^{(k)} \bar{N}_i^{(k)}}{E_i A_i^{(k)}} \cdot l_i, \quad e_i = \frac{N_i \bar{N}_i}{E_i A_i} \cdot l_i$$

$\bar{N}_i^{(k)}$: たわみの着目点に作用する仮想荷重 $\bar{P} = 1$ による部材 i の部材力、 E_i : 部材 i の材料の弾性係数
式(1)により圧縮部材の部材力 $N_i^{(k)}$ に対する断面積 $A_i^{(k+1)}$ を決定する場合において、 A_i が比較的小さく、部材断面の Suboptimization により決定される最大圧縮許容応力度 σ_{ca} が A_i の変化に対して大きく変化する

領域で決定される場合には、式(1)のみでは $A_i^{(k+1)}$ が振動し、一定値に収束しない。このような場合には $A_i^{(k+1)}$ と $A_i^{(k)}$ の変化量 $\Delta A_i^{(k)}$ を move limit により制限し、その変域を小さくしていくことにより、 $N_i^{(k)}$ に対する $A_i^{(k+1)}$ を一定値に収束させることができる。

この包絡法の計算アルゴリズムにおける主要な計算は、部材断面の反復改良回数と等しい回数のトラスの解析による \bar{N} および \bar{N} の計算のみであり、断面の改良は式(1)および(2)によりきわめて単純に行うことができる。また上記の方法により、一般にトラスの部材数に関係なく、通常4~5回の反復改良ですべての部材の断面積を一定値に収束させることができ、かつ、得られる解は最適解の近傍の解であることが多い。しかし、複数個のたわみ制限が active となる場合等、設計条件によっては解が一定値に収束しなかったり、得られる解の最適性が不明確である場合も生ずる。

包絡法で得られた A を初期値 $A^{(0)}$ として利用し、双対理論により最適解を決定する場合には、双対関数を最大化するニュートン法において $A^{(0)}$ に対する双対変数の初期値 $\lambda^{(0)}$ が必要となるが、この $\lambda^{(0)}$ は、 $A^{(0)}$ から求められる $\lambda^{(0)}$ を利用して、次式の λ に関する線形連立方程式を導入し、これを解くことにより求めることができる。

$$\sum_{k \in M} \lambda_k \left(\sum_{i=1}^n \frac{C_{ik} C_{ik} Z_i^{(0)}}{W_i} \right) = \eta \left(\sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i^{(0)} - \bar{U}_j \right) + \sum_{i=1}^n (C_{ij} Z_i^{(0)}) \quad (j \in M) \quad (3)$$

ここに、 $C_{ij} = -\partial g_j(Z^{(0)}) / \partial Z_i$ 、 $Z^{(0)} = 1/A^{(0)}$

$$\bar{U}_j = g_j(Z^{(0)}) - \sum_{i=1}^n Z_i^{(0)} \cdot \partial g_j(Z^{(0)}) / \partial Z_i$$

g_j : j 番目の制約条件、 η : 収束パラメータ (2.0~3.0)

Table 1 は、Fig.(1) に示す 16 および 31 部材トラスを、包絡法のみ(E)、包絡法で得た断面積を初期値として双対法で最終の最適解を求める方法(E+D)、双対法のみ(D)の3種類の方法により最適解を決定した過程および最終解を比較したものである。これらの計算例より、一般に、包絡法により最適解の近傍の解 A を求め、それを初期値として双対法により最適解を決定する方法が、断面の改良過程において active な制約条件式群の変動が少なく、より少

Table 1 Comparison of the Results for 16 and 31 Bar Trusses shown in Fig.7 by Envelope (E), Envelope+Dual (E+D) and Dual (D) Methods

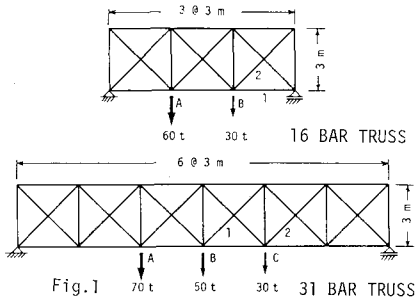
TYPE OF TRUSS		16 BAR TRUSS						31 BAR TRUSS			
CONDITION		$\sigma, \delta_{A,B}$ ($\delta_{A_2}, \delta_{B_2} = 0.7cm$)			$\delta_{A,B}$ ($\delta_{A_2}, \delta_{B_2} = 0.5cm$)			$\sigma, \delta_{A,B,C}$ ($\delta_{A_2} = 2.2cm, \delta_{B_2} = 2.5cm, \delta_{C_2} = 2.0cm$)			
PROCEDURE		E	E+D	D	E	E+D	E+D	D	E	E+D	D
INITIAL	A ₁ (cm ²)	100.0	21.2	100.0	100.0	29.1	26.9	100.0	100.0	59.7	100.0
	A ₂	100.0	29.9	100.0	100.0	16.9	42.4	100.0	100.0	24.3	100.0
	TVOL(cm ³)	554558.3	156752.1	554558.3	554558.3	175715.3	211381.1	554558.3	1079116.0	541909.0	1079116.0
	(E. ITE*)	—	(5)	—	—	(2)	(5)	—	—	(5)	—
OPTIMUM	A ₁ (cm ²)	21.6	25.0	24.4	not opt. sol.	33.0	30.6	30.9	not opt. sol.	61.7	61.7
	A ₂	29.6	28.1	23.5	—	37.6	38.4	39.8	—	42.4	40.1
	TVOL(cm ³)	156667.4	156808.7	156967.9	—	210736.1	210560.8	210477.8	—	548099.4	546150.1
	NO. of ITE.**	(7)	(5)+8	12	—	(2)+7	(5)+2	5	—	(5)+8	10
	CPU(sec)**	0.91	4.16	5.66	—	3.21	1.51	2.66	—	22.02	28.69

TVOL=TOTAL VOLUME OF TRUSS, E=ENVELOPE PROCEDURE, D=DUAL APPROACH

*Iteration Number of ENVELOPE PROCEDURE required to determine initial values of A

**by FACOM M-180 II AD

***Number of Iteration required to obtain optimum solution



ない反復回数で最適解を決定することができ有利な方法となる。しかし、16部材トラスの $\delta_A = 0.5cm$ および31部材トラスの計算例のように、包絡法において断面の改良毎に active となるたみ制限を与える点が16部材トラスにおいて A 点および B 点、31部材トラスにおいて A 点、B 点、C 点と交互に変化することにより改良解が大きく振動し、一定値に収束しないような場合には、任意の初期値を用いて双対法のみにより解を決定する方法が、かえり少ない反復回数で最適解を決定することもあり得る。したがって、包絡法において改良解が振動する場合には、適当な反復回数(本研究では5回)で計算を打ち切り、振動解のいずれかを双対法の初期値とすることが望ましい。

3. 最適部材配置の決定

本研究で用いているトラス構造物の部材断面の Suboptimization は、部材の最大細長比や最小板厚など、部材の最小断面に関する制約条件をも考慮しているので、そのまま利用すれば、各部材の断面積の改良過程で不要となる部材でも、その断面積は Suboptimization により決定された最小断面積に収束し、断面積を 0 とすることができない。また、断面の改良過程で、断面積の減少にともない Suboptimization の結果にしたがって最大許容応力度を小さくしていくと、その応力制限により、断面積がある値以下に減少せず、最適な部材配置では不要となる部材の断

面積を 0 とすることができないが生ずる。したがって、トラス構造物の最適な部材配置を決定するためには、最小断面積の制約条件を取り除き、かつ、部材の許容応力度を断面積の大小に関係なく、ある程度の大きさに保って断面の改良を行う必要がある。

Fig. 2 は31部材トラスにおいて、 σ_{ca} を $1400 kg/cm^2$ 、 σ_{ca} を $1300 kg/cm^2$ に固定し、かつ、最小断面積の制約条件を取り除いた場合(A)、および Suboptimization の結果の利用に際して最小断面積に関する制約を除き、さらに $\sigma_{ca} = 1400 kg/cm^2$ 、 σ_{ca} の最小値を $450 kg/cm^2$ とした場合(B)における各部材の最適な断面積を示したものであり、不要となる部材は点線で示してある。(B)の場合には、(A)の場合に不要となる部材でも、かなり大きな断面積を必要としているものもある。

この(A)、(B)で得られた部材配置のうち、(A)において、上下弦材の安定のため太い点線で示した垂直材を加え(A)、(B)について最小断面積の条件をも考慮した Suboptimization の結果を利用して再度最適化を行い、最適な断面積を求めた結果を Fig. 2 の()内に示す。トラスの全容積は(A)で $330881.9 cm^3$ 、(B)で $361020.3 cm^3$ となり、(A)の方法により全域的な最適部材配置を決定することができることが明らかとなった。

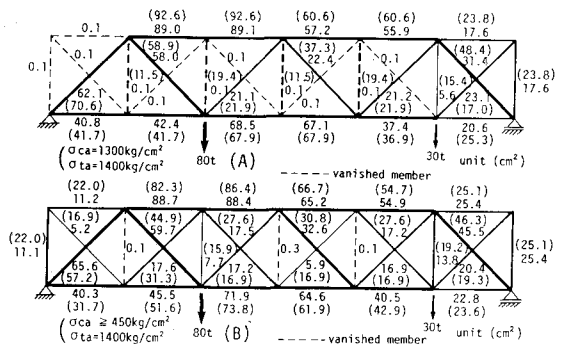


Fig. 2 Optimum Member Arrangement of 31 Bar Truss

1) 久保, 橋本, 石原: 最適規準の構造最適化への応用, 愛媛大学紀要第三部工学, 第9巻3号, pp. 87-109, 昭和55年3月。