

川田工業(株) 正会員 谷 脇 一弘
愛媛大学工学部 正会員 大ス保 稔二

1. まえがき

著者らは、これまでに双対理論にもとづく構造物の最適設計法に関する基礎的研究を行い、その有効性を明らかにしてきた。双対理論にもとづく構造物の最適設計法は、その定式化の特性から、各部材要素について1個の独立変数のみを考慮し、すべての制約条件がその独立変数の関数として表現され、かつ、目的関数もその設計変数の一次形式で表わされるように設計問題をモデル化することにより、有効に適用することができる。そこで本研究では、著者の一人が提案している構造要素のSuboptimizationの結果を利用し、双対法によりトラス構造物の最適化を行う方法について検討した結果について述べるものである。

2. 設計問題の設定

著者の一人が文献1で提案しているトラス部材のSuboptimizationを行うことにより、部材の断面積 A とその最大許容応力度 σ_a に関して次のような関係式を導入することができる。

$$\left. \begin{aligned} \text{すなわち、最大圧縮許容応力度 } \sigma_{ca} \text{ に対して} \\ \sigma_{ca} = \{a(A-b)\}^{1/2} + c \quad (A_{ei} \leq A \leq A_{us}) \\ \text{または、} \sigma_{ca} = dA + e \quad (A > A_{us}) \\ \text{また、最大引張許容応力度 } \sigma_{ta} \text{ に対して} \\ \sigma_{ta} = \text{一定値} \quad (A \geq A_{et}) \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、 A_{ei} 、 A_{us} 、 a 、 b 、 n 、 d 、 e の値は、各部材長の A の各区間によって異なった値をとる定数である。この A - σ_a 関係曲線を利用することにより、トラス部材の断面寸法に関する設計変数を断面積(A)のみに、また各部材の断面に関する制約条件を、次式の最大許容応力度に関する制約条件一式のみに集約することができる。

$$g_{oi}(A) = |\sigma_a(A_i)| - |N_i(A)/A_i| \geq 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (2)$$

ここに、 $\sigma_a(A_i)$ は式(1)より定められる部材 i の最大許容応力度、 N_i は部材 i の軸力、 n は部材数

また、トラスの節点のたわみに関する制約条件も部材断面積 A の関数として次式で表わされる。

$$g_{ok}(A) = |\delta_{ak}| - |\delta_k(A)| \geq 0 \quad (k=1, \dots, J) \quad (3)$$

ここに、 $\delta_k(A)$ 、 δ_{ak} は、それぞれ着目点 k のたわみ量および許容たわみ量、 J はたわみの着目点の数

トラス構造物の目的関数としてトラスの重量あるいは製作費など、各部材断面 A_i の線形な関数を考慮するものとすれば、最小化すべき目的関数 $W(A)$ は次式で表わされる。

$$W(A) = \sum_{i=1}^n f_i l_i A_i \rightarrow \text{Min.} \quad (4)$$

ここに、 l_i は部材 i の部材長、 f_i は部材 i の単位容積当りの目的関数を評価する係数であり、本研究では1.0と仮定した。

いま、設計変数として $Z = 1/A$ を用い、式(2)、(3)の制約条件を Z の一次の項までで近似すると、次のような Z に関する近似設計問題を導入することができる。

$$W(Z) = \sum_{i=1}^n W_i / Z_i \rightarrow \text{Min.}$$

Subject to

$$g_j(Z) = \bar{U}_j - \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i \geq 0 \quad (j=1, \dots, n+J) \quad (5)$$

ここに、 $W_i = f_i l_i$ 、 $C_{ij} = -\partial g_j(Z^{(0)}) / \partial Z_i$

$$\bar{U}_j = g_j(Z^{(0)}) - \sum_{i=1}^n Z_i^{(0)} \cdot \partial g_j(Z^{(0)}) / \partial Z_i$$

$$Z_i^{(L)} \leq Z_i \leq Z_i^{(U)}$$

3. 双対法による最適化アルゴリズム

式(5)で定義した近似の原設計問題のラグランジュ関数を導入すると次式を得る。

$$L(Z, \lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{Z_i} - \sum_{j=1}^m \lambda_j \left[\bar{U}_j - \sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i \right] \quad (6)$$

設計問題(5)の解は、式(6)のラグランジュ関数を用いて λ の非負の条件のもとで次式の $l(\lambda)$ を最大にする λ^* を

$$\left. \begin{aligned} l(\lambda) &= \sum_{i=1}^n W_i / Z_i + \lambda_j \left[\sum_{i=1}^n C_{ij} Z_i - \bar{U}_j \right] \rightarrow \text{Max.} \\ \lambda_j &\geq 0 \quad (j=1, \dots, m) \end{aligned} \right\} (7)$$

決定し、さらに、この λ^* を用いて次式より Z^* を改良することをくり返すことにより決定することができる。

$$\left. \begin{aligned} Z_i &= \left[\frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j^* C_{ij}} \right]^{1/2}, \text{ if } [Z_i^{(U)}] < \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j^* C_{ij}} < [Z_i^{(L)}] \\ Z_i &= Z_i^{(L)}, \text{ if } \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j^* C_{ij}} \leq [Z_i^{(L)}]^2 \\ Z_i &= Z_i^{(U)}, \text{ if } \frac{W_i}{\sum_{j=1}^m \lambda_j^* C_{ij}} \geq [Z_i^{(U)}]^2 \end{aligned} \right\} (8)$$

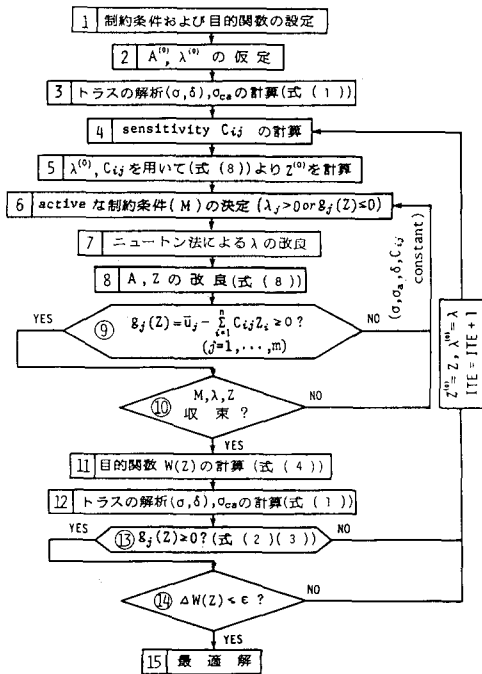


Fig.1 Flow Chart of Optimum Design of Truss by Dual Approach and Element Suboptimization

また本研究では、式(7)の $\ell(\lambda)$ を最大にする λ^* をニュートン法により決定している。本研究で用いたトラスの設計フローチャートを Fig.1 に示す。

4. 計算例および検討

Fig.2 は6部材トラスの荷重 $P=10t, 20t, 80t$ における step 4~14 の反復改良毎のトラスの目的関数値 (TOTAL VOLUME) の収束過程、および荷重 $P=10t$ における部材4の断面積の改良過程を示したものである。荷重 P を $10t$ とした場合、部材4では Fig.2 の $A-\sigma_{ca}$ 曲線の d 点および e 点で改良断面積の値が振動し一定値に収束しない。そこで、step 11 と 12 の間に断面積の変化量 ΔA の大きさを規制する move limit の条件 $|\Delta A| \leq \varphi A$ (9)

φ : ΔA の変域を規定する係数

を付加することにより、Fig.2 の実線のように12回の反復改良で一定値 (C 点) に収束させることができた。しかし、荷重を $20t$ に増加させると、最適解において最小の圧縮許容応力度を有する部材の σ_{ca} は、図の $A-\sigma_{ca}$ 曲線の b 点、すなわち $\sigma_{ca}=967 \text{ kg/cm}^2$ となり、断面の変化に対する σ_{ca} の変化率が減少し、断面の改良過程において多少の振動はあるが、move limit の

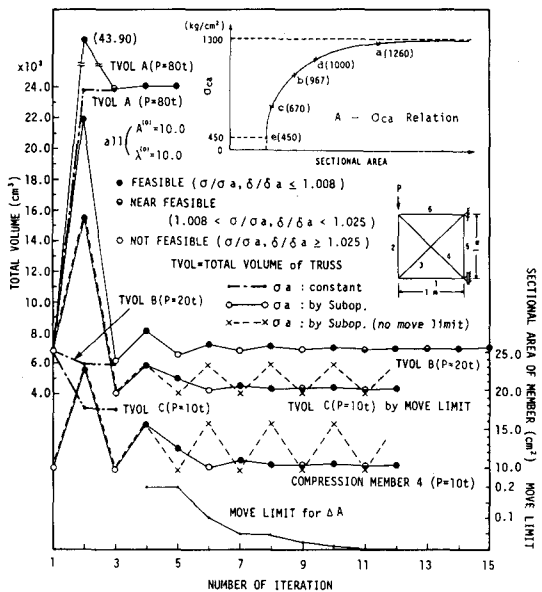


Fig.2 Optimization of 6 BAR Truss (P=10,20,80t) ($\delta a = 10.0\text{cm}$, $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$)

制限なしに14~15回の改良で最適解に収束している。さらに荷重を増加させ $P=80t$ とすると、全部材における最小の σ_{ca} は $A-\sigma_{ca}$ 曲線の a 点、すなわち $\sigma_{ca}=1260 \text{ kg/cm}^2$ まで増加し、断面の変化に対して σ_{ca} がほとんど変化せず、わずか4~5回の改良で最適解を決定している。上記の例は σ_a を式(1)より求めた場合であるが、参考までに $\sigma_{ca}=1300 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{ca}=1400 \text{ kg/cm}^2$ と一定とした場合の各荷重における改良過程は Fig.2 の鎖線のごとくなり、いずれもわずかに3回の改良で最適解を得ている。

トラスの部材数を10, 16, 31と多くし、カフ不穩定次数も2~6次と多くした場合でも、全く同様の結果が得られ、ほぼ10~15回のトラスの解析および C_{ij} の計算で最適解を決定することができる。一方、たわみ制限のみが active な制約条件となる場合には、 σ_a の値に関係なく、双対変数空間内の次元は1~2次元ときわめて小さくなり、トラスの部材数に関係なく3~6回程度の反復改良で最適解を決定することができる。このように、部材の Suboptimization の結果を利用した双対法により、実際のトラス構造物の最適設計がわずかの計算量で能率的に行えることが明らかになった。

(参考文献) (1) 大久保: 土木学会論文報告集, 第177号 pp.9~19, 1970, 5, (2) 大久保, 谷脇: 愛媛大学工学部紀要第10巻第2号 pp.135~150, 5.58.2, 又は, 土木学会第38回年講 I pp.447~448.