

山口大学工学部 正員 古川 浩平
日本道路公団 正員 相葉 和俊

1. まえがき

構造設計における最適化の一手法として、構造物の応答特性に着目して最適化手法を導く、いわゆる最適性規準法が注目をあびている。最適性規準法は、収束性の良いこと、およびその収束性が設計変数の数の大小と関係がないという利点のある反面、構造物の応答特性に基づいて最適化手法を組み立てているため、汎用性が小さいという弱点があった。本研究は、この最適性規準法の弱点を克服した、汎用的な最適性規準法の開発を試みたものである。

2. 汎用的最適性規準

本研究においては、トラス・ラーメン構造物、静的・動的外力問題の全てに共通な同一の規準を求め、これを用いて汎用的でかつ収束性の良い最適設計法を開発する。筆者らの過去の研究¹⁾²⁾から、動的外力をうける構造物重量を最小にする動的最適性規準は、次式の ν_i を全要素で等しくさせることと表現できる。

$$\nu_i = \frac{r x^t K_i x - \lambda x^t M_i x}{A_i l_i \rho_i \cdot x^t M x} \quad (1)$$

ここに、 γ はトラス部材の時1、曲げ部材の時2の定数、 x は動変位ベクトル、 K_i 、 M_i は i 要素のみに値の入った剛性および質量マトリックス、 λ は固有値、 A_i 、 l_i 、 ρ_i はそれぞれ i 要素の断面積、要素長、単位体積重量である。式(1)は動的外力下の問題で、構造物の剛性はその固有値 λ で表わされると考えて導かれたものであるが、 x として静的外力下での応答解析の結果を用いれば、そのまま静的外力問題における最適性規準となる。

式(1)の ν_i を静的問題における最適性規準と考えると、次のような問題が生じる。すなわち、静的問題では質量マトリックス M_i 、 M は計算しないため、式(1)の $x^t M x$ 、 $\lambda x^t M_i x$ を求めることができない。 $x^t M x$ は定数となり、全要素に対して同じ値をとるため次のように考える。式(1)の意味するところは全要素の ν_i が一定になればよいのであるから、最適化手法を構成する際 ν_i が相対的な意味しか持たないように定式化すれば、 $x^t M x$ の値はどのようなものであっても結果に対して影響を及ぼさないで、 $x^t M x = 1.0$ とおくことができる。次に $\lambda x^t M_i x$ の項であるが、すでに筆者らの研究³⁾から $\gamma x^t K_i x \gg \lambda x^t M_i x$ であることがわかっている。よって $\lambda x^t M_i x$ の項を無視し、汎用的な最適性規準 ν_i は次のように表わされる。

$$\nu_i = \frac{r x^t K_i x}{A_i l_i \rho_i} \quad (2)$$

式(2)を用いることにより、これまで動的な問題にしか適用できなかった最適性規準 ν_i を、静的外力下の問題にも適用でき、最適性規準法の弱点であった汎用性の問題を解決できる。

3. 汎用的最適性規準による最適設計手法

本研究で行う最適化においては、式(2)の ν_i を全要

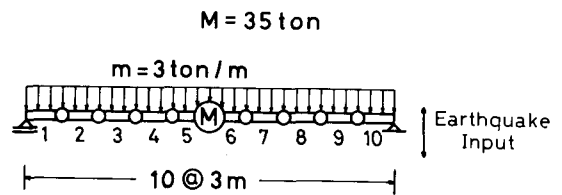


図-1 計算例に用いた単純梁

表-1 式(1)と(2)による最適設計結果の比較

最適性 規準	X a (m)	σa (t/m)	Amin (m)	要 素 番 号					収束 回数	W (t)	X l (m)	
				1	2	3	4	5				
動的	0.035	23800	0.001	A i	0.0431	0.0650	0.0820	0.0970	0.1072	9	18.54	0.035
				σi	23738	23785	23096	21689	20812			
				νi	2.581	4.899	5.882	5.882	5.880			
静的	0.035	23800	0.001	A i	0.0431	0.0650	0.0814	0.0970	0.1077	9	18.53	0.035
				σi	23755	23766	23341	21680	20684			
				νi	0.0311	0.0600	0.0752	0.0752	0.0753			

素で等しくする他、次の制約を満たさねばならない。

$$x_i \leq x_a \tag{3}$$

$$|\sigma_i| \leq \sigma_a \tag{4}$$

$$A_i \geq A_{min} \tag{5}$$

ここに、 x_i は注目の変位、 x_a は注目点の許容変位、 σ_i は*i*要素の応力、 σ_a は許容応力、 A_{min} は許容最小断面積である。式(2)の λ の分布は最適剛性分布と同じ傾向を示していることと、上述の $\lambda^T M \lambda = 1.0$ とおくために λ が相対的な意味しか持たないようにするため、本研究では次式を用いて最適化を行う。

$$A_{i+1}^{n+1} = \left(\frac{x_i}{x_a} \right)^{\beta} \frac{\sum A_j^n \ell_j \rho_j}{\sum \sqrt{\nu_j} A_j^n \ell_j \rho_j} \sqrt{\nu_i} A_i^n \tag{6}$$

実際の設計ではこれら3制約全てを満たす必要があるため、包絡法の考えを用い*n*+1サイクルの*i*要素の断面積 A_i^{n+1} は次式で求められる。

$$A_i^{n+1} = \max(A_{i1}^{n+1}, A_{i2}^{n+1}, A_{i3}^{n+1}) \tag{7}$$

4、数値計算例および考察

図-1に示す構造物を対象として、式(1)と(2)の最適性規準による差を明らかにする。両式により最適化を行った結果を表-1に示す。両者の最適断面、重量はほとんど同じ値に収束している。収束回数も同じである。 λ の値は大きく異なっているが、これは式(2)で $\lambda^T M \lambda = 1.0$ とした影響であり、このことは逆に本研究で提案した手法が式(6)に示すように λ が相対的な意味しか持たないように

なっていることを示している。要素1,2は応力制約で断面が決まっているため、他の要素の λ とは異なった値となっている。また、両者の最適解が一致していることから、 $\lambda^T M \lambda$ を無視した影響もほとんどないことがわかる。

他の例として、図-2に示す6部材トラスの最適化を行う。このトラスに対してはすでに大久保⁴⁾が数理計画法を用いて最適化を行っており、その結果と本研究の結果とを対比したものを表-2に示す。両者の解はほとんど一致しており、本手法により全域的な最適解が得られていることがわかる。なお表-2の本手法による解は数理計画法による解に比べ少し重量が大きくなっているが、これは両手法の収束精度による差であり、本手法の方が厳しい精度を課したためにこのような結果になったものである。

5、あとがき

本研究で示した汎用的最適性規準法は、トラス・ラーメン構造物、静的・動的外力の区別なく適用でき、収束性も良好で、かつアルゴリズムが簡単であり、非常に有効な手法であると考えられる。

参考文献

1) 山田・古川・横田, 土木学会論文報告集, 第324号, pp.51-60, 1982年8月.
2) 古川・山田・吉村, 土木学会論文報告集, 第334号, pp.63-70, 1983年6月.
3) 古川・山田・城戸・下司, 土木学会第38回年次学術講演会講演概要第1部, pp.435-436, 昭和58年9月.
4) 大久保・松原, 第29回構造工学シンポジウム, pp.125-132, 1983年2月.

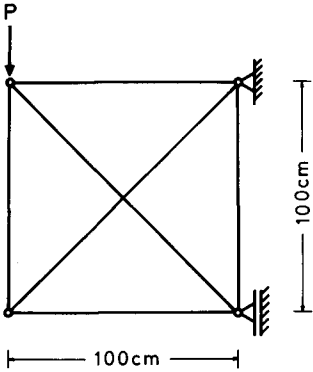


図-2 計算例に用いた6部材トラス

表-2 6部材トラスにおける最適設計結果の比較

Case		1		2		3	
許容変位 x_a (cm)		0.27		0.25		0.23	
計算手法		手法1	手法2	手法1	手法2	手法1	手法2
初期断面積 A_1 (cm ²)	1	10.0		10.0		10.0	
	2	10.0		10.0		10.0	
	3	10.0		10.0		10.0	
	4	10.0		10.0		10.0	
	5	10.0		10.0		10.0	
	6	10.0		10.0		10.0	
最適断面積 A_{opt} (cm ²)	1	7.74	7.38	7.59	7.58	7.82	8.33
	2	7.75	7.38	7.59	7.58	7.82	8.33
	3	10.16	9.69	10.54	10.53	11.07	11.66
	4	10.81	11.33	11.01	11.05	12.38	11.66
	5	7.10	7.44	7.65	7.67	8.73	8.33
	6	7.10	7.44	7.65	7.67	8.73	8.33
重量 W (kg)		5934.8	5937.0	6094.2	6102.1	6625.2	6629.5

手法1：数理計画法 手法2：最適性規準法