

名古屋工業大学 学生員 杉本 孝博
 名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

1. まえがき

本研究は、隅角部に丸味を有する固定辺が逆対称の応力分布状態にある場合の、その固定辺上に生じる応力集中について考察したものである。対称応力状態での固定辺上の応力集中については先に報告した[4]。ここでは境界を固定された切欠きを有する半無限板の、切欠き付近の応力分布や、切欠き先端の隅角部の開角や曲率半径と最大応力との関係を求め、応力集中についての法則を考察する。

2. 解析方法

Fig-1に示すような、先端に丸味のある切欠きを有する半無限領域(z-pl.)を単位円内(z-pl.)に等角写像する写像関数を、分数式の形の有理型の写像関数で近似し、これを用いて複素応力関数を決定する[1][3]。

α は、隅角部の角度を表わすパラメーターであり、 β は切欠き先端によう入する曲線の位置に関するパラメーターである。図形の寸法は、三角形切欠きの場合、切欠き先端に丸味のない場合の切欠き深さが a となるように、またU字形切欠きの場合、丸味のついた切欠きの深さが a となるように決める。また逆対称な荷重として、無限遠に作用する一様せん断応力 T を考える。

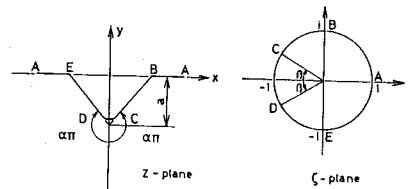


Fig-1

3. 解析結果

一様せん断荷重 $T=1.0$ 、ポアソン比 ν が平面応力状態で $1/3$ 、平面ひずみ状態で $1/2$ の場合の解析結果を以下に示す。

Fig-2は $2\alpha\pi = 360^\circ$ 、切欠き底の曲率半径 $\rho = -0.1060$ のU字形切欠きのせん断応力分布、Fig-3は $2\alpha\pi = 270^\circ$ 、 $\rho = -0.2630$ の三角形切欠きのせん断応力分布である。どちらの場合も $T_{\theta\theta}$ が切欠き底で最大となっていることがわかる。Fig-4は、その最大せん断応力 T_{max} と曲率半径 ρ との関係をそれぞれの隅角部の角度 $2\alpha\pi$ で面対数目盛に示したものである。 $2\alpha\pi$ 一定で ρ の小さい範囲では、 T_{max} と ρ が直線的な関係にあることがわかる。

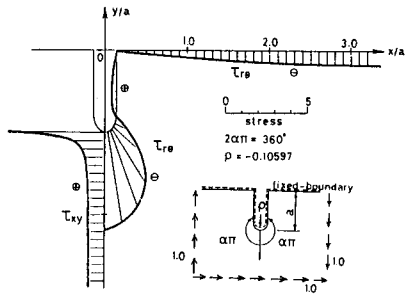


Fig-2

4. 考察

隅角部に丸味のない、鋭い角を持つ弾性領域において、隅角部付近が固定されているときの、隅角部の角度 $2\alpha\pi$ と応力のOrder m との関係は

$$(3-\nu)4m2\alpha\pi(1+m) - (1+\nu)(1+m)4m2\alpha\pi = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$(3-\nu)4m2\alpha\pi(1+m) + (1+\nu)(1+m)4m2\alpha\pi = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

で表わされる[2]。ここに式(1)は、隅角部の2等分線に対称な応力分布の場合、式(2)は、逆対称な応力分布の場合に成り立ち、どちらも $2\alpha\pi$ 一定の角度で根 m が複素根も含めて無限個存在

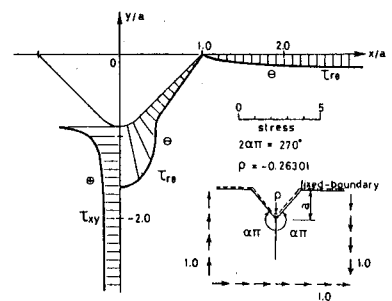


Fig-3

する超越方程式である。

これらの根 $m_j (j=1, 2, \dots)$ を用いて、隅角部の頂点から r の距離にある位置の応力 σ は、次式のように書けることがわがわがしている[2]。

$$\sigma = \sum_{j=1}^{\infty} A_j r^{m_j} \quad \text{----- (3)}$$

ここに A_j は、弾性体の形状や境界条件から決まる定数である。

Fig-4 に示す解析結果より、最大応力 T_{max} が、各角度で曲率半径 ρ の小さいところでは、式(2)より求まる m の第1根にほぼ一致した勾配をもっていることがわかる。このことから、この T_{max} と ρ との間にも式(3)と同様な関係があると思われる。すなわち、

$$T_{max} = \sum_{j=1}^{\infty} k_j (\rho/a)^{m_j} \quad \text{----- (4)}$$

ここに a は切欠き深さ、 k_j は弾性体の形状や境界条件から決まる定数である。

実際、Fig-4 に示す各角度の曲線は、式(4)の第2項まで、および第3項まで取った式、すなわち、

$$T_{max} = k_1 (\rho/a)^{m_1} + k_2 (\rho/a)^{m_2} \quad \text{----- (5)}$$

$$T_{max} = k_1 (\rho/a)^{m_1} + k_2 (\rho/a)^{m_2} + k_3 (\rho/a)^{m_3} \quad \text{----- (6)}$$

で近似させることが出来る。

Table-1 に、式(5)、(6)の各角度に関する $m_j (j=1-3)$ の値と、それぞれの角度について最小自乗法によって決められた係数 $k_j (j=1-3)$ の値を示す。Table-2 には、それらを用いた式(5)、(6)によって得られた T_{max} と、解析結果からの T_{max} との誤差を示す。これより、式(4)の始めの数項をとった式で、最大応力がより精度で表わされることがわかる。

5. あとがき

固定辺の隅角部が丸味を有し、それが逆対称な応力分布状態にあるとき、最大応力は任意の角度で式(2)から求まる根 m_j および隅角部の曲率半径をもって、式(4)の形で表わされる。

[参考文献]

- [1] 長谷部 宜男: 土木工学会論文報告集 第194号 (1971-10) p.29
- [2] M.L. Williams: Jour. of App. Mech (1951-12) p.526
- [3] N.I. Muskhelishvili: Some Basic Pro., P. Noordhoff Ltd. (1963)
- [4] 杉本、長谷部: 土木学会中部支部講演概要集、(1984-3) p.24

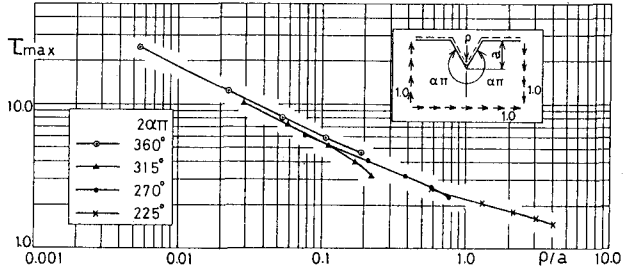


Fig-4

Table-1

2α	m_1	m_2	m_3	k_1	k_2	k_3
360°	-0.5	0.5	1.0	1.8432	0.9376	---
				1.8433	0.9372	0.0010
315°	-0.4633	0.2243	0.6046	2.0802	-1.0915	---
				1.9229	1.6662	-4.3560
270°	-0.3982	0.5159	0.7695	2.2567	-0.2338	---
				2.2313	0.2422	-0.4963
225°	-0.2668	0.7725	1.1764	2.3203	-0.0194	---
				2.3133	-0.0026	-0.0091

Table-2

2α	ρ/a	T_{max}	式(5)による T_{max}	誤差(%)	式(6)による T_{max}	誤差(%)
360°	0.00550	24.9291	24.9213	0.03	24.9213	0.03
	0.02239	12.4178	12.4427	-0.20	12.4426	-0.20
	0.05397	8.1394	8.1291	0.13	8.1290	0.13
	0.10597	5.9453	5.9351	0.17	5.9351	0.17
315°	0.19089	4.5789	4.5848	-0.13	4.5848	-0.13
	0.02898	10.1705	10.2367	-0.65	10.1594	0.11
	0.05752	7.2955	7.2356	0.82	7.3233	-0.38
	0.11110	5.1926	5.0909	1.96	5.1862	0.12
270°	0.16978	4.0363	3.9972	0.97	4.0011	0.87
	0.22164	3.2762	3.2025	3.86	3.3013	-0.77
	0.07621	6.2182	6.2283	-0.16	6.2150	0.05
	0.20960	4.1052	4.0999	0.13	4.1160	-0.26
225°	0.37933	3.1984	3.1780	0.64	3.1939	0.14
	0.56965	2.6607	2.6486	0.45	2.6510	0.36
	0.76241	2.2866	2.3109	-1.06	2.2936	-0.30
	0.55862	2.6969	2.6979	-0.04	2.6958	0.04
225°	1.30134	2.1378	2.1391	-0.06	2.1408	-0.14
	2.15143	1.8596	1.8563	0.18	1.8586	0.06
	3.06067	1.6785	1.6756	0.17	1.6763	0.13
	3.99177	1.5437	1.5473	-0.24	1.5451	-0.09