

1 まえがき 板の振動数および座屈荷重に与える回転拘束の影響は、このような板構造の設計上重要である。これまでに、種々の弾性回転拘束をもつ長方形板や円板の振動および座屈解析については、LEISSA¹⁾や LAURA²⁾ら、また LUNDGUST³⁾らや JOHNSON⁴⁾らを中心に、RAYLEIGH - RITZ 法、GALERKIN 法、有限要素法などの数値解析手法を用いて研究されてきており、また設計のための図・表なども作成されている。一方、弾性的に支持された斜板の解析については、2, 3の研究がみられるが、弾性回転拘束をもつ斜板については、それほど多く研究されていないように思われる。

本論文では、SPLINE 帯板法を用いて弾性回転拘束をもつ斜板の振動および座屈解析について定式化を行ない、このような斜板の振動数および座屈荷重に与える回転拘束の剛度、斜角、辺長比の影響について検討を行なっている。

2 解析手法 弾性回転拘束は、図-1に示すような弾性回転ばねでモデル化を行ない、また境界辺にその一様に分布するものと仮定する。著者ら⁵⁾は、任意の境界条件をもつ斜板の一般的な解析法として、FOURIER 級数と SPLINE 関数を座標関数に用いた SPLINE 帯板法を提案し、本手法の有用性について示した。ここでは、SPLINE 帯板法を用いた式の定式化を行なう。斜板の離散化要素として、図-1に示すような斜帯板要素を考える。この要素の変位関数 W は、次式で仮定する。 $W = \sum_{m=1}^r S(x) Y_m(y)$ (1) ただし、SPLINE 関数 $S(x)$ は、 $S(x) = \sum_{n=1}^x C_n N_{n,k}(x)$; $i_x = k + M_x - 1$ (2) で定義する。ここで、 $N_{n,k}(x)$ は正規化された SPLINE 関数、 $k-1$ は SPLINE 次数、 M_k は帯板要素の数であり、また C_n は未知係数パラメータである。

等方性斜板のひずみエネルギー、運動エネルギーについては、先に示したのと同様で、次に面内荷重による外力ポテンシャルと弾性回転ばねによるひずみエネルギーについて示す。面内荷重 S_x, S_y, S_{xy} による外力ポテンシャルは、無次元の斜交座標系で表わすと、

$$V_p = (1/2) \int_0^1 \int_0^1 [S_x(bh/a) \cos \phi (\partial W / \partial \xi)^2 + 2 S_{xy}(bh/a) \lambda (\partial W / \partial \xi) (\partial W / \partial \eta) - \sin \phi (\partial W / \partial \xi)^2 + S_y(bh/a) \sec \phi \lambda^2 (\partial W / \partial \eta)^2 - 2 \lambda \sin \phi (\partial W / \partial \xi) (\partial W / \partial \eta \sin^2 \phi (\partial W / \partial \xi)^2)] d\xi d\eta \quad \dots (3)$$

で与えられる。ここで、 ϕ は斜角、 $\lambda = \eta/b$ 、 $\xi = x/a$ 、 $\eta = y/b$ 、 h は板厚である。次に、弾性回転ばねによるひずみエネルギーを、図-1に示す場合について述べる。ただし、回転ばねの定数を β と定義する。いま、曲げモーメント M_n と回転角、 $\partial W / \partial \eta$ に、次の関係が成り立つものと仮定する。 $M_n = \beta \partial W / \partial \eta$ (4) これより、回転ばねによるひずみエネルギーは、

参考文献 1) Leissa, A.W. Recent research in plate vibrations: Classical theory, The Shock and Vib. Digest, vol. 9, pp. 13-24, 1977. 2) Bulson, P.S. The stability of flat plates, Chatto & Windus, London, 1970. 3) 水澤, 梶田.

斜板の曲げおよび振動解析への spline 帯板法の適用について, 土木学会論文報告集, No. 391, 201-208, 1984.

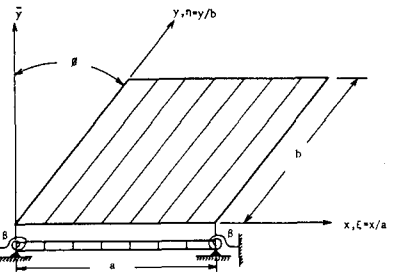


図-1 弾性回転拘束をもつ斜板

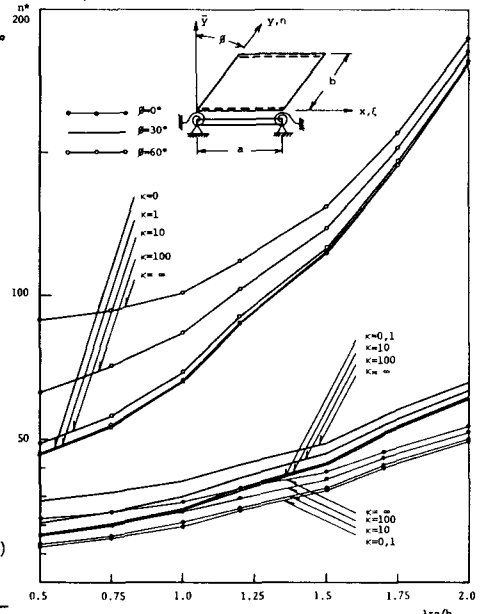


図-2 振動数パラメータに与える ϕ の影響

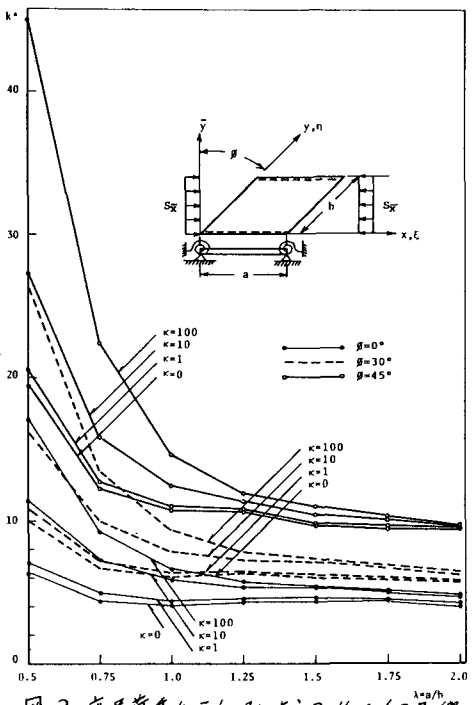
$$U_b = (1/2) \oint M_n(s) (\partial W / \partial n) ds = (1/2) \oint \beta (\partial W / \partial n)^2 ds \dots\dots (5)$$

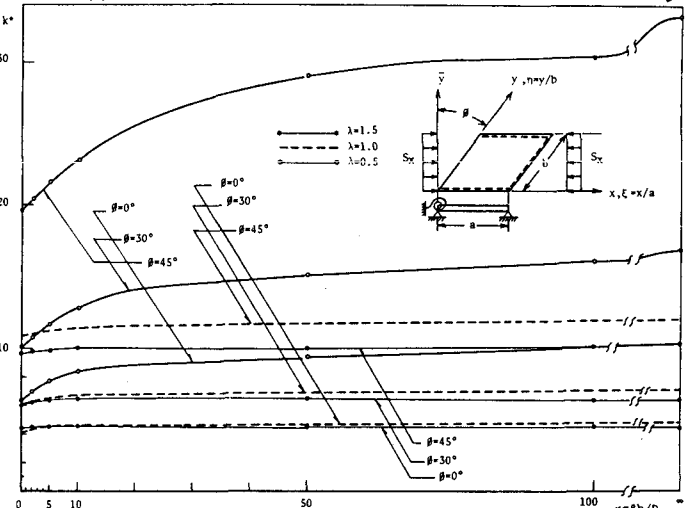
で与えられる。ただし、 n は法線方向を示す。したがって、

$$U_b = (D/2) (b/a^3) \sec^3 \theta [(Bb/D) \lambda \cos^4 \theta \int_0^1 (\partial W / \partial \xi)^2 d\xi]_{\xi=0} \\ + (Bb/D) \lambda \cos^4 \theta \int_0^1 (\partial W / \partial \xi)^2 d\xi]_{\xi=1} \dots\dots (6)$$

ただし、 $K = \beta b/D$ を回転ばねの剛度パラメータと定義する。すなわち、 $\beta = 0$ の場合は単純支持で、 $\beta = \infty$ にすれば固定条件になる。系の全ポテンシャルエネルギーを求め、これをエネルギー変分法を用いて極値化することにより、容易に定式化ができる。

3 数値計算例及び考察 弾性回転拘束をもつ斜板の振動数と座屈荷重に与える回転ばねの剛度、斜角、辺長比の影響について解析を行なった。ポアソン比は $\nu = 0.3$ とし、また x 軸に平行な二辺は、単純支持であるとす。ただし、本数値計算では、 $k = 1 = 5$, $M_k = 9$, また $r = 15$ を用いた。

(a) 弾性回転拘束をもつ斜板の振動解析 図-2には、相対する二辺がそれぞれ単純支持と回転拘束をもつ斜板の固有振動数パラメータ、 $n^* = (\omega/a^2) \sqrt{\rho h D}$ に与える回転ばねの剛度、斜角、辺長比の影響について示した。ここで、 $K = \beta b/D$ は 0 から ∞ まで変化させ、また斜角 θ は $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ とした。これより、ここで示したように回転ばねを導入した場合には、


(b) 弾性回転拘束をもつ斜板の座屈解析 図-3には、一方向圧縮力 S_x を受ける相対する二辺がそれぞれ単純支持と回転拘束をもつ斜板の座屈荷重パラメータ、 $k^* = S_x b^2 / \pi^2 D$ に与える回転ばねの剛度、斜角、辺長比の影響が示されている。 K は 0 から 100 まで変化させ、斜角は $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ とした。これより、回転ばねの剛度の影響は、辺長比が小さくなるにつれて顕著に生じ、またその効果は、斜角が大きくなるほど大


きくみられる。次に、図-4には、一辺のみ回転拘束をもつ場合について、その回転ばねの剛度の影響について示した。これより、この斜板の座屈荷重に与える K の影響は、辺長比が大きくなるほど、かなり小さなものとなるが、この値が小さくなるにつれて、斜角の影響が顕著に生じてくる。

4 あとがき 弾性回転拘束をもつ斜板の振動数および座屈荷重に与えるこの回転ばねの効果は、辺長比が小さくなるほど顕著にみられ、また斜角の増大とともに大きく生じてくる。しかしながら、一般に、回転ばねの剛度の影響は、この値が 10 より大きくなると急激に小さくなり、また辺長比が 15 より大きくなると、かなり小さくなる。今後、不均一な弾性回転拘束をもつ問題について検討して行きたい。