

九州大学工学部	正会員	高海克彦
〃	〃	正会員
〃	〃	学生員
		彦坂 照
		平田 洋

1. 緒言 懸垂型モノレールの軌道桁は、図1のように、直線および曲線の薄肉開断面ばりを横方向フレームで補剛した特殊構造である。この構造は、断面変形が避けられず、走行レールを兼ねる縦桁上に直接輪荷重がかかるため、荷重直下の付加応力も極めて大きくなる。本研究は、曲げねじり理論を修正することにより、断面変形やこれに伴う付加応力を直接把握する解法を示し、模型実験により検証するものである。

2. 断面変形の発生機構

本解法における断面変形は、薄肉多角形断面ばりを形成する図2のような薄板の接合点（節点）における反時計回りの相対回転角 θ_i で定義する。 n 枚の薄板からなるばりの断面変形の自由度は $n-3$ である。

図3のように、円柱座標系 (ξ, R, α) と、断面の図心を原点とする x, y 座標系を考える。 x, y 軸は各々 R, ξ 軸に平行に定め、さらに断面の板厚中心線に沿って α 座標を認ける。いま、図4のようなばりの微小要素を考える。図中 q_B , q_S は曲げねじり理論により既知の直応力とせん断応力であり、 P_S , P_n は単位面積当りの外力の接線および法線方向成分である。 f_S および f_n は、断面変形を防ぐために働くべき単位面積当りの力の接線および法線方向成分とする。断面変形が生ずるばりには、この f_S , f_n が作用していないので、法線の x 軸となす角を β として、微小要素の力のつりあいから得られる

$$\left. \begin{aligned} -f_S &= P_S + \frac{\partial \sigma_t}{\partial R} \sin \beta + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \alpha} q_B \\ -f_n &= P_n - \frac{\partial \sigma_t}{\partial R} \cos \beta \end{aligned} \right\} (1)$$

を外力として与えることにより、断面変形とそれに伴う付加応力が発生する。

3. 断面変形による横方向曲げモーメント

図5のように、薄肉ばりの軸直角方向に一定間隔 C で配置される補剛フレームを、図中のハッチ部の断面を有するラーメンとして扱う。断面変形により、このラーメンには次式で表わされる曲げモーメント M が生ずる。

$$M = \sum_{i=1}^{n-3} M_i \theta_i(\alpha) \quad (2)$$

ここに、 M_i は $\theta_i = 1$ のときにラーメンに生ずる曲げモーメントである。

4. 断面変形に伴うばり軸方向垂直応力

図6のような n 枚の薄板からなる開断面ばりのせん断中心を S 、節点 i の α 座標を α_i とする。断面変形に伴う任意点 P の α 方向変位は、せん断中心の x, y 方向剛体付加変位 $U_S(\alpha)$, $V_S(\alpha)$ と付加ねじり角 $\phi(\alpha)$ と $n-3$ 個の断面変形 $\theta_i(\alpha)$ によって次式で表わされる。

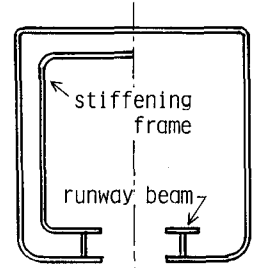


図1 軌道桁断面図

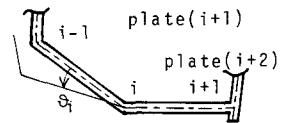


図2

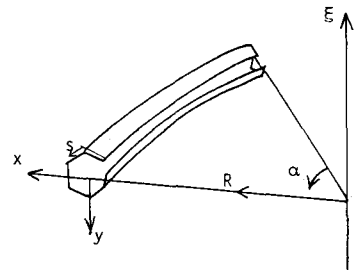


図3

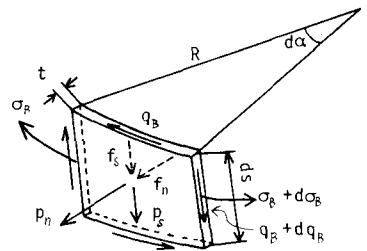


図4

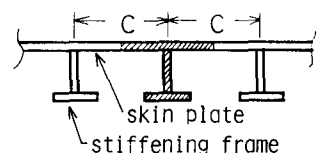


図5

$$\eta = -U_5(\alpha) \sin \beta + U_6(\alpha) \cos \beta + r_s(\alpha) + \sum_{i=1}^{n-3} Q_i(\alpha) \mu_i r_i \quad (3)$$

ここに、 r_s, r_i は点Pの接線にせん断中心Sおよび節点iから下した垂線の

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & (\alpha \leq \alpha_i) \\ 0 & (\alpha > \alpha_i) \end{cases} \quad (4)$$

はり軸線の曲率半径をせん断中心Sの R_s で代表させれば、点Pの軸方向変位は、薄板中央面のせん断ひずみ無視の仮定から

$$W = w_0 - \alpha \frac{U_5'}{R_s} - \gamma \frac{U_6'}{R_s} + w_n \left(\frac{\phi'}{R_s} - \frac{U_5'}{R_s} \right) + \sum_{i=1}^{n-3} \overline{\psi}_i \frac{Q_i}{R_s} \quad (5)$$

ここに、 w_0 は α の任意関数、 w_n はせん断中心を極とする正規化されたおじり

の単位そり関数。また $\overline{\psi}_i = \int_{\alpha_i}^{\alpha} \mu_i r_i d\alpha$ 。

断面変形に伴うはり軸方向垂直付加応力 σ_b は、付加ひずみを ϵ_b 、ヤング係数を E として次式で表わされる。

$$\sigma_b = E \epsilon_b = E \left(\frac{\partial W}{\partial \alpha} + U \right) / R_s \quad (6)$$

σ_b は自己平衡応力であるから

$$\int \sigma_b dA = 0, \int \sigma_b x dA = 0, \int \sigma_b y dA = 0, \int \sigma_b w_n dA = 0 \quad (7)$$

を満足さねばならず、この条件から式(5)の w_0, U_5', U_6', ϕ が消去され、結局 σ_b は次式で表わされる。

$$\sigma_b = E \sum_{i=1}^{n-3} \left(\psi_i(\alpha) \frac{\partial \overline{\psi}_i}{\partial \alpha} - \overline{\psi}_i(\alpha) \frac{\partial \psi_i}{\partial \alpha} \right) \quad (8)$$

ここに、 ψ_i および $\overline{\psi}_i$ は断面変形の単位そり関数と定義され、各々次のように表わされる。

$$\psi_i = \overline{\psi}_i - \frac{1}{A} \int \overline{\psi}_i dA - \frac{x}{I_x} \int \overline{\psi}_i x dA - \frac{y}{I_y} \int \overline{\psi}_i y dA - \frac{w_n}{I_w} \int \overline{\psi}_i w_n dA \quad (9)$$

$$\overline{\psi}_i = (\gamma - \frac{x}{R_s}) \mu_i - \frac{1}{A} \int (\gamma - \frac{x}{R_s}) \mu_i dA - \frac{x}{I_x} \int (\gamma - \frac{x}{R_s}) x \mu_i dA - \frac{y}{I_y} \int (\gamma - \frac{x}{R_s}) y \mu_i dA - \frac{w_n}{I_w} \int (\gamma - \frac{x}{R_s}) w_n \mu_i dA \quad (10)$$

A, I_x, I_y は各々断面積、 x 軸および y 軸に関する断面二次モーメントで、 I_w はそりおじり定数である。

5. つりあい式

断面変形を起こす外力として式(1)の $-f_s, -f_n$ のみを、また断面変形により生ずる内力を式(2)の M と式(8)の σ_b のみを考える。フレームの総数を K 、その k 番目の取付位置の α 座標を α_k とすると、任意の断面変形 $\delta \theta_j$ ($j=1, 2, \dots, n-3$) に対して仮想仕事の原理から、次のような $n-3$ 個のつりあい方程式が得られる。

$$\sum_{i=1}^{n-3} \left\{ E \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{R_s} I_{ij} \theta_i'' \delta \theta_j'' - \frac{1}{R_s} J_{ij} \theta_i' \delta \theta_j' - \frac{1}{R_s} J_{ij} \theta_i \delta \theta_j'' + \frac{1}{R_s} K_{ij} \theta_i \delta \theta_j \right) R_s d\alpha + \sum_{k=1}^K f_{ij} Q_i(\alpha_k) \delta \theta_j(\alpha_k) \right\} - R_s \int_0^{\pi} (P_j + \bar{q}_j) \delta \theta_j d\alpha = 0 \quad (11)$$

ここに、 $I_{ij} = \int \psi_i \psi_j dA$, $J_{ij} = \int \psi_i \psi_j' dA$, $K_{ij} = \int \psi_i \psi_j dA$, $f_{ij} = \int \frac{M_i M_j}{E I_s} ds$, $P_j = \int \left(R_s + \frac{1}{R_s} \frac{\partial^2 w_n}{\partial \alpha^2} \gamma - P_0 \gamma \right) \mu_j ds$, $\bar{q}_j = \int \left(\gamma - \frac{x}{R_s} \right) \mu_j ds$, I_s は補剛フレームの断面二次モーメント、 μ_j は節点 j から点Pの法線に下した垂線の長さ、 γ は開角。

6. 実験および解析結果

図7は、曲率半径4m、開角0.5ラジアン、板厚0.23cmで、桁高および桁幅が15cmの鋼製の横型桁の支間中央縦桁上に、 $P=300\text{kg}$ を載荷したときの縦桁下フランジのはり軸方向応力の実験値および本法による解を示したものである。外曲側および内曲側の応力性状と荷重直下の大きな局部応力が本法により十分把握されている。

参考文献

彦坂、高海：第33回応用力学連合講演会講演論文抄録集
(昭和58年12月)

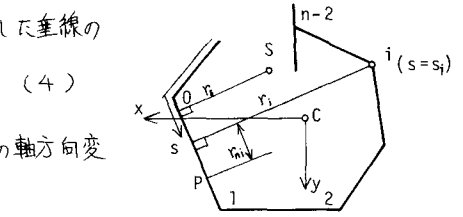


図6

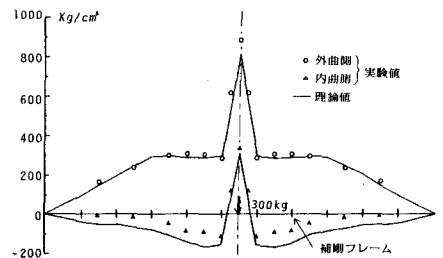


図7 縦桁の応力