

熊本大学工学部

正員

三池 亮 次

熊本大学工学部

正員

小 杯 一 郎

佐藤工業株式会社

〇正員

又 田 祐 次

1. まえがき エネルギー理論に基づく有限変位理論には、数多くの研究成果が発表されている。本報告では、Lagrange-Euler併用形での割線増分形エネルギー基礎式を示し、接続マトリックスを用いて、変位法によって定式化して、次に示す本研究の特徴の検証の為に、2.3のモデルを解析した。

(1) ひずみ増分は、Greenひずみ増分と回転ひずみ増分の和として、大きく変位する系の解析における、この回転ひずみ増分の効果について考える。

(2) 曲げモーメントのかかる部材については、その形状を3次曲線を近似し、直線近似が不可能な長い部材要素での解析を試みる。

2. 有限変位仮想仕事の原理 物体内部の任意点 x において、物体力 f 、境界において表面力 p を受けて、変形の中間位置 x' からの有限変位 Δu を生じて釣合状態にあり、その内部の任意点のKirchhoff応力が T_k で、それに対応する一種のひずみテンソル増分 ΔE_k であるとき、外力 f 、 p の Δu に対してなす仮想仕事の積分 ΔW は、 T_k が ΔE_k に対してなす仮想仕事の物体内部の全領域にわたる積分 ΔU に等しい。すなわち、

$$\Delta W = \int_A p^* \Delta u dA + \iint_V f^* \Delta u dV' = \iint_V \text{trace}(T_k^T \Delta E_k) dV' = \Delta U \quad (1)$$

ここに、 dA 、 dV' は中間状態に換算された面積および体積要素である。また、ひずみテンソル増分 ΔE_k は、Greenひずみテンソル増分 ΔE_g と、回転を示す $(\frac{\partial \Delta u}{\partial x})^T \frac{\partial \Delta u}{\partial x'}$ の和と定義される。すなわち、

$$\Delta E_k = \Delta E_g + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Delta u}{\partial x} \right)^T \frac{\partial \Delta u}{\partial x'} \quad (2)$$

2次元骨組構造で、軸力 $N + \Delta N$ 、および曲げモーメント $M + \Delta M$ が働き、平面保持の法則に従い、変形後に、部材軸方向直応力 σ_{11} のみが生じる場合を考えると、式(1)の ΔU は、

$$\Delta U = \int_L \left[\left\{ \frac{\Delta N}{EA} + (1 - \cos \theta) \right\} (N + \Delta N) + \frac{\Delta M}{EI} (M + \Delta M) \right] ds \quad (3)$$

3. 定式化 節点外力増分を Δp 、節点変位増分を Δd 、部材端力ベクトルを $p_m + \Delta p_m$ とすると、式(1)は、

$$(p + \Delta p)^T \Delta d = (p_m + \Delta p_m)^T \Delta e_m \quad (4) \quad \Delta e_m = \Delta e_m' - \Delta e_0 \quad (4')$$

となり、接続マトリックス $\mathcal{L} + \Delta \mathcal{L}$ を用いて、変位法に従い、中間状態を基準とした変形後の釣合式、すなわち、本法の一般式は、

$$\Delta p = (\mathcal{L} + \Delta \mathcal{L}) K_m (\mathcal{L} + \Delta \mathcal{L})^T \Delta d + (\mathcal{L} + \Delta \mathcal{L}) K_m \Delta e_0 + \Delta \mathcal{L} p_m \quad (5)$$

ここに、 K_m は弾性変形ベクトル増分 $\Delta e_m'$ と Δp_m との間の剛性マトリックス、 Δe_0 は回転変形ベクトル増分である。

4. 部材座標系 任意部材の両端の中央点を結んだ直線を横方向座標 s として、それと垂直に η 座標軸をとる。曲線部材については、部材の任意点 S の座標 (ξ, η) を、長さ方向の座標 S を用いて次のように仮定する。

$$\xi = a_1 S, \quad \eta = b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3 \quad (6)$$

ここで、 a_1 、 b_1 、 b_2 、 b_3 は部材両端の境界条件によって求められる係数である。

次に、任意断面力 $p_{ms} + \Delta p_{ms}$ と部材端力(両端を①、②とし、②端側の断面力) $p_{m2} + \Delta p_{m2}$ の関係を式(6)において、平衡マトリックス H_{s2} を用いて次のように表わす。

$$(p_{ms} + \Delta p_{ms}) + H_{s2} (p_{m2} + \Delta p_{m2}) = 0 \quad (7)$$

よって、部材剛性マトリックス K_{ms} は、任意断面の下向き性マトリックス K_e とすると、次のように表わされる。

