

（株）総合技術コンサルタント 正会員○田村 努
 関西大学 工学部 正会員 米澤 博
 関西大学 工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 近年、圧縮力の作用する補剛板や無補剛板、横荷重を受ける無補剛板などの弾塑性有限変位解析が比較的多くなされるようになってきたが、初期不整を有し、漸増あるいは繰返し横荷重を受ける補剛板の弾塑性有限変位解析はほとんどなされていないようである。ここでは初期たわみや残留応力を有する縦方向に補剛された板が漸増あるいは繰返し横荷重を受ける場合の弾塑性有限変位挙動を明らかにする。補剛板をそれと等価な直交異方性板に置換し、差分法により広範な数値計算を実施し、初期たわみ、残留応力荷重分布幅、曲げ剛度などが補剛板の変形挙動に及ぼす影響を調べる。

2. 基礎微分方程式と境界条件 Fig. 1 に示すような x 方向に補剛された板に初期たわみ w_0 と残留応力 σ_r が存在し、横荷重が作用する場合を考える。以下の仮定のもとに解析する。1) Kirchhoff-Love の仮定。2) 部材は完全弾塑性体とし、ひずみ硬化は考えない。3) 主材が一方向に補剛されていることを勘案し、主材および補剛材部分とも $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ の応力を単独に用いて降伏判定する。それぞれの応力が降伏点応力 σ_p か $\sigma_p / \sqrt{3}$ に達すれば塑性が発生する。

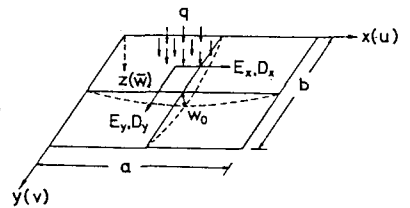


Fig. 1

ところで、筆者らはすでに圧縮補剛板の非線形挙動と終局強度が明らかにできる弾塑性有限変位解析法を発表した [1]。この方法は Lin, Massonnet の弾塑性解析法に基づくもので、弾性有限変位場のつり合い式に断面の塑性化を表す仮想荷重項を付加して解析するものである。すなわち、弾塑性状態での断面力表示の x, y, z 方向の力のつり合い式は次のように与えられる。ただし、仮想荷重項には下線を施した。

$$N_{x,x}^e + N_{yx,y}^e - \underline{N_{x,x}^p} - \underline{N_{yx,y}^p} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$N_{xy,x}^e + N_{y,y}^e - \underline{N_{xy,x}^p} - \underline{N_{y,y}^p} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} M_{x,xx}^e + 2M_{xy,xy}^e + M_{y,yy}^e + N_x^e \bar{w}_{,xx} + 2N_{xy}^e \bar{w}_{,xy} + N_y^e \bar{w}_{,yy} \\ - \underline{M_{x,xx}^p} - 2\underline{M_{xy,xy}^p} - \underline{M_{y,yy}^p} - \underline{N_x^p \bar{w}_{,xx}} - 2\underline{N_{xy}^p \bar{w}_{,xy}} - \underline{N_y^p \bar{w}_{,yy}} = -q \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{w}$ は直交異方性板の z 方向の全たわみ、 q は単位面積当たりの等分布横荷重である。上添字 e つきの断面力は補剛板が弾塑性状態にある場合にも弾性状態を仮定して求められる膜力、膜せん断力と曲げ、ねじりモーメントで、弾性有限変位場の式から求められる。また、上添字 p つきの断面力は断面の塑性化を評価する仮想断面力で、弾性断面力から求められる応力 $\sigma_x^e, \sigma_y^e, \tau_{xy}^e$ が降伏点応力を超過した場合、その超過量の板厚方向の数値積分から求められる。ただし、 σ_x^e は縦補剛材とその間隔 b_y の主材からなる T 断面部分で考え、Fig. 2 の残留応力を加えて降伏判定する。また、除荷作用も考慮して仮想断面力を算定する。なお、上式の下添字中、コンマに続く添字はそれに関する偏微分を表す。たとえば、 $\bar{w}_{,xx} = \partial^2 \bar{w} / \partial x^2$ 。

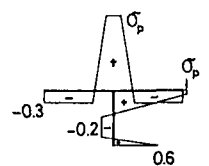


Fig. 2

結局、弾性状態仮定の変位表示の断面力を式(1)~(3)に代入すれば、非線形三元連立偏微分方程式を得る。これらの式を面内方向の変位が完全に拘束された境界条件 (u

$=v=0$) と面外方向に周辺単純支持された境界条件のもとに解けば、非線形解が得られる。

3. 数値計算法 基礎微分方程式(1)～(3)は非線形連立偏微分方程式であり、境界条件のもとに厳密解を求めることは非常に困難と思われる。したがって、ここでは差分法を用い、基礎微分方程式と境界条件を非線形多元連立一次方程式に変換し、解の収束を早めるパラメータを用いて反復的に解を求める。本解析では荷重の増加あるいは減少に伴う塑性化の影響を式(1)～(3)に示す下線部の仮想荷重として扱うため、板剛度を含む多元連立一次方程式の係数行列の値は各荷重段階ごとに常に不変となり、方程式の解は演算時間の節約となる三角分解法によって求めた。

4. 数値計算結果 まず、本法の妥当性と差分解の精度を調べるため、等方性正方形板に対する既往の解と比較したが、 x および y 方向に12分割すれば精度の良いことが分かった。また、本法では簡易な降伏条件を用いたが、補剛板の場合には本条件とvon Misesの条件による弾塑性解の相違はほとんど認められなかった。以下の計算ではFig. 2に示す残留応力と x および y 方向に一半波の正弦波の初期たわみを用いる。また、鋼材としてSS41 ($\sigma_p=24\text{kg/mm}^2$) を考え、ポアソン比 $\nu=0.3$ とする。

板全体に等分布荷重が満載される場合、板中央の荷重一たわみ曲線を示すとFig. 3のようになる。初期の荷重段階では、初期たわみによって全たわみはかなり異なっているが、荷重の増加とともにその差は著しく減少する。初期たわみが大きい場合には、初期の荷重段階から膜作用が顕著に働き、荷重負荷による付加たわみは非常に少なくなる。この傾向は残留応力の有無に無関係である。また、残留応力の有無による荷重一たわみ曲線を比較すれば、残留応力がある(破線)と荷重の初期段階で変形が早く進み、その分だけ荷重の大きい領域で膜作用が強く働くため、残留応力のない場合(実線)に比べてたわみは少な目になる。

$w_{0\max}/t=0$ の場合、板1/4領域の面内方向の塑性域の拡がりを3段階の荷重に対して示すとFig. 4が得られる。残留応力のない場合、塑性化は板中央付近から始まり、荷重の増加とともに徐々に板全体へ拡がっていく。一方、残留応力のある場合には板の端部から降伏が始まり、荷重の増加とともに板中央にも塑性が発生した後、急速に板全体に拡がるようになる。また、残留応力のある場合には残留応力のない場合に比べて非常に低い荷重段階から広い範囲にわたって塑性域が現れている。

Fig. 5は等分布荷重が繰返し作用する場合の中央の荷重一たわみ曲線を示す。ただし、荷重除荷を $qb^2/M_p=150, 200, 250$ で行った。残留応力の有無による荷重一たわみ曲線の相違は除荷開始後の曲線に現れるが、その差は除荷開始荷重に大いに関係がある。すなわち、比較的荷重の低い段階で除荷を開始すれば、荷重0での残留変形は残留応力のあるなしでかなり異なるが、荷重の大きい段階で除荷を開始すればその差はほとんどなくなる。

1) Dogaki, M. and H. Yonezawa: Theoretical and Applied Mechanics, Univ. of Tokyo Press, Vol.33, pp.415-425, 1984.

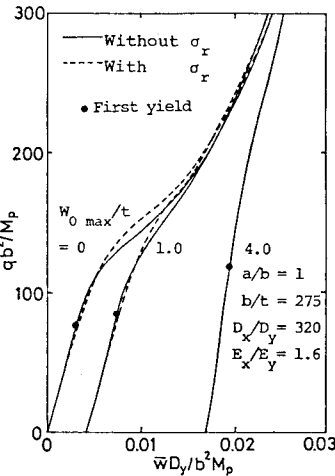


Fig. 3

$a/b=1, b/t=275, D_x/D_y=320, E_x/E_y=1.6$

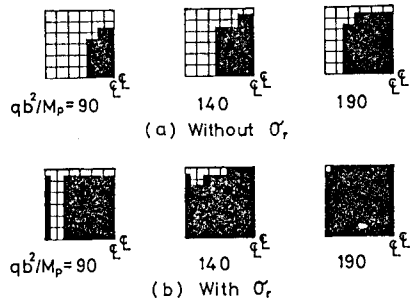


Fig. 4

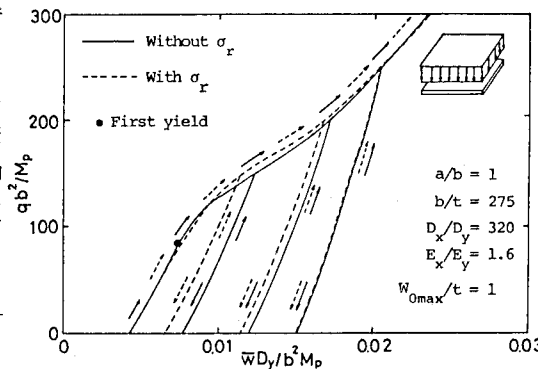


Fig. 5