

熊本大学工学部 正員 山尾敏彦
 (株)構造技術センター 正員 岩上憲一
 (株)東京建設コンサルタンツ 宮田英樹
 熊本大学工学部 正員 崎元達郎

1. まえがき: 著者らは、薄肉鋼構造物が圧縮や曲げなどの組合せ荷重を受ける場合の一解析手法として、板要素と棒要素の有限要素法を結合して解析する手法を提案し、平面応力問題やH形断面の薄肉ばりに種々の荷重が作用した場合の弾性問題に適用してその有用性を示してきた。本報告は、この解析法を初期たわみや溶接残留応力等の初期不整を考慮し、かつ幾何学的・材料学的非線形性も同時に考慮できる解析法に拡張して、薄肉鋼構造物の非線形挙動や耐荷力の解析を試みようとしたものである。棒要素は文献3)に示す薄肉閉断面部材の有限変位弾塑性解析法を用い、板要素は1節点6自由度の三角形要素及び文献5)で用いられている薄板の解析手法を採用し、両者の結合を計っている。

2. 仮定: 材料については (i)完全弾塑性体かつ等方性、(ii) von Mises の降伏条件式が成立し、塑性域では Prandtl-Reuss の応力-ひずみ式が成立する。板要素は、(iii)変形後も任意の横断面は板の中央面に垂直である。(iv)初期たわみを有する板を、三角形要素の折板構造で近似し、残留応力は任意節点に外力を加えて各節点の不釣り合い力を消去することにより導入する。(v)板厚方向への塑性域の伝わりを考慮して板厚方向に層割りをし、各層内で応力、面内剛性は直線分布とする。また、棒要素は文献3)で用いている仮定と同じである。

3. 接線剛性マトリックスの誘導: 板要素については、図1(a)に示すように全体座標系(X,Y,Z)、及び各有限要素の局所座標系(x,y,z)を設定する。この場合板要素はx-z平面にあるものとする。すなわち、節点1を原点とし、節点1より節点2の方向にx軸を取り、節点3を含むx-z平面に垂直にy軸を定める。変形状態iでの板の中央面でのひずみ増分 $\Delta \epsilon_0$ は、x,y,z方向の節点変位増分で表わされるので、曲率の増分を $\Delta \kappa$ とすると板要素の任意点でのひずみ増分ベクトル $\Delta \epsilon$ および応力増分ベクトル $\Delta \sigma$ は、板の面内剛性マトリックスをDとしてそれぞれ次式で表わされる。

$$\Delta \epsilon = \Delta \epsilon_0 - y \cdot \Delta \kappa \quad (1), \quad \Delta \sigma = D \cdot \Delta \epsilon \quad (2)$$

ここにDは、弾性の場合 D_e で、弾塑性時に D_{ep} となる。

今、i状態からi+1状態に変形する時(図1(b)参照)の節点力増分を ΔP とし、節点変位増分を ΔU とすれば、全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件により次の増分釣り合い式が求まる。

$$\begin{bmatrix} k_{mm} & k_{mb} \\ k_{bm} & k_{bb} + k_g \end{bmatrix} \cdot \Delta U = k \cdot \Delta U = \Delta P + (P - f) \quad (3)$$

ただし、添字mは板の面内成分、bは面外曲げ成分を表わす。つまりkが板要素の接線剛性マトリックスである。なお k_g は幾何学的剛性マトリックスであり、 k_{mb} , k_{bm} は弾性では0であるが、塑性域に入るとDの値が板厚方向に直線分布しないため0とはならない。 $(P-f)$ は外荷重Pと真の節点力fの差、つまり不釣り合い力である。

次に棒要素については、図1(b)に示すように、局所座標系(x,y,z)を定め、iからi+1状態のひずみ増分 $\Delta \epsilon$ を求め、後は板要素の場合と同様に全ポテンシャルエネルギー増分の停留条件により、節点力増分 ΔP と

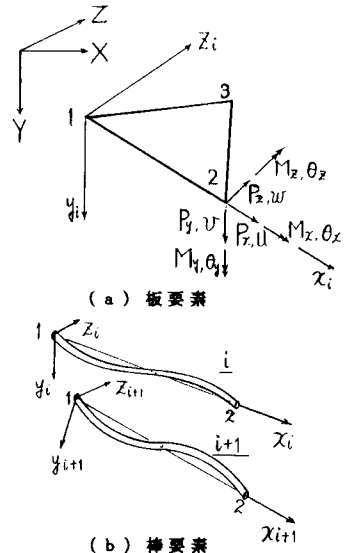


図1 要素の座標系、節点変位および節点力

節点変位増分 ΔU の増分つり合い式が得られる³⁾。

$$(\mathbf{k}_{ep} + \mathbf{k}_g) \cdot \Delta U = \Delta P + (P - f) \quad (4)$$

この時の $(\mathbf{k}_{ep} + \mathbf{k}_g)$ が棒要素の接線剛性マトリックスである。なお $\mathbf{k}_{ep}$ は弾塑性剛性マトリックスであり、 $\mathbf{k}_g$ は幾何学的剛性マトリックスを表わす。また $(P - f)$ は不釣り合い力である。さらに式(3)、(4)を座標変換マトリックスにより全体座標系に変換し、これを全要素について集成すれば全体座標系での増分つり合い式が得られる。変形状態 i での増分つり合い式は、図2の記号を使って表わすと次式となる。

$$\mathbf{K}_i \cdot \Delta U_i = \Delta P + (P_{M+1} - F_i) \quad (5)$$

4. 不釣り合い力の算定: 図2は荷重 P と変位 U の関係を示したものであるが、変形状態 i での真の節点力 F_i を求めるに際しては、見かけ上のひずみの反転が計算に入り込まないようにするため、増分ひずみは常に平衡状態 M から計算する必要がある。そこで平衡状態 M から出発して i までの真の増分応力は、 i までの剛体変位を除去した増分変位 ΔU_M から求まる。従って、平衡状態 M での真の節点力にこの増分応力より求めた増分節点力を加えて全体座標系に変換し、全要素について集成すれば変形状態 i での真の節点力 F_i を求めることができる。そして外荷重 P_{M+1} とこの節点力 F_i との差が不釣り合い力となる。次に板要素と棒要素の結合部における不釣り合い力は、図3に示す例で考えると、棒要素の節点7では応力を断面全体にわたって積分することにより節点力 $\mathbf{f}_b$ ($\bar{f}_x, \bar{f}_y, \bar{f}_z, \bar{m}_x, \bar{m}_y, \bar{m}_z, \bar{m}_w$) が計算される。一方板要素の節点7を除く1~13節点は、結合処理することにより消去されるので、この部分の節点力は結合マトリックスを用いることにより節点7の節点力 $\mathbf{f}_p$ となる。よって $\mathbf{f}_p + \mathbf{f}_b$ により結合点の節点力が求まり、不釣り合い力が算定できる。以上より、実際に解くには、式(5)のつり合い方程式を多点拘束処理しておき、与えられた荷重増分に対して修正 Newton-Raphson 法を用いて解き、不釣り合い力による増分変位と増分応力が収束条件を満足するまで反復計算を行う。

5. 数値計算例: 骨組要素の解析法については、既に解析検証を行なっている³⁾ので、ここでは板要素のみの解析法の検証の一例として、片持板の大変形解析を行なった。解析モデルの形状寸法、ヤング係数 (E)、ポアソン比 (ν) は図4に示す。幅方向の分割は2分割、材軸方向は3分割と5分割にした。なお要素は三角形要素より構成される矩形要素である。図4の縦軸は自由端に作用する横荷重、横軸はその点のたわみである。また実線は楕円積分である。分割数から程度で楕円積分とほとんど一致していることがわかる。

他の数値計算例については、紙面の都合上講演当日に発表する予定である。

- <参考文献> 1) 山尾・崎元: 西部支部講演集, 1982.2 2) 山尾・堀田・小畑・崎元: 土木学会第38回年次概要集, 1983.9
3) 山尾・崎元・菊池: 土木学会第35回年次講演概要集, 1980.9 4) 吉田・増田・松田: 土木学会論文報告集, 第288号, 1977.8
5) 小松・光田・宮崎: 土木学会論文報告集, 第244号, 1975.12 6) 山尾・若上・宮田・崎元: 西部支部講演概要集, 1984.2
7) Bisschopp and Drucker: Quart. of Appl. Math. Vol. III, No.3, 1945

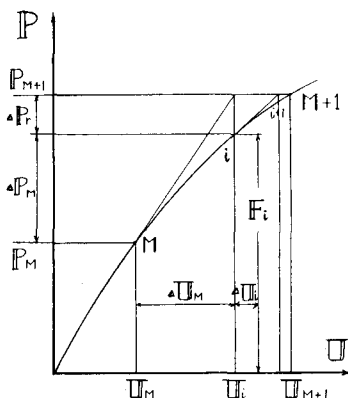


図2 荷重-変位曲線

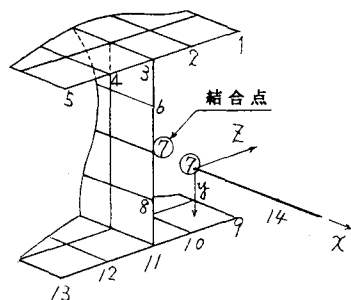


図3 板要素と棒要素の結合部

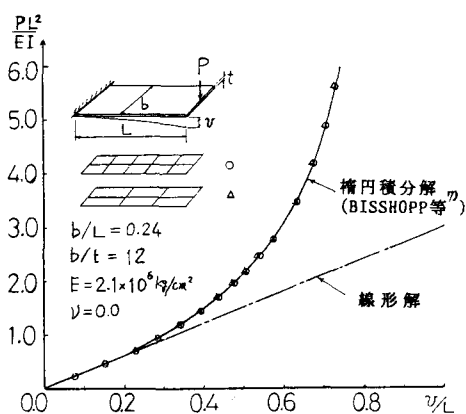


図4 片持板の荷重-変位曲線