

早稲田大学大学院 学生員 〇末 武義 崇
 早稲田大学理工学部 正員 平 嶋 政治
 早稲田大学理工学部 正員 依 田 照彦
 早稲田大学大学院 学生員 小野口 勝久

[1]まえがき

曲線桁の解析では、上下フランジと鉛直補剛材で囲まれたウェブ部を、円筒シェルパネルと見なして取り出し、解析を行うということがよく行われている。ウェブパネルに注目した曲線桁の研究では、大型コンピュータの発達とともに、有限要素法を用いた解析が多く見受けられる。そのような研究の例として、倉西・植渡らの研究¹⁾及び藤井・大村らの研究²⁾が挙げられる。これらの研究では、パネルに荷重を加える際に、パネル両端で曲げとねじりを考慮した応力分布を与えるのは難しいため、鉛直補剛材の存在からパネル両端が直線を保つような強制変位により、曲げを与えている。

本報告では、ウェブプレートのみを周辺回転端の円筒シェルパネルと見なして解析し、その際、解析手法として従来の変位法に代え、要素剛性マトリックスの定式化が容易で比較的精度も良い、Herrmannの混合法を用いた。また、パネルに与える荷重条件も、強制変位による曲げだけでなく、単純な線形分布の曲げ応力を作用させた場合についても計算を行い、両者の比較を試みた。

[2]要素剛性マトリックス

和田・滝らは、Herrmannの混合法に基づき、相補仮想仕事の原理と面内力の影響を考慮した仮想仕事の原理とを組み合わせ、幾何学的非線形解析に増分法を適用し、増分要素剛性方程式として、次式を誘導した。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{C}' & \mathbf{b}^T \mathbf{H} \\ \mathbf{b} \mathbf{H} & -\mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{r} \\ \Delta \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{R} \\ -\Delta \Phi \end{Bmatrix} \quad \text{---(1)}$$

ここに、 $\mathbf{r}$ 及び $\mathbf{R}$ は節点変位、節点力をそれぞれ表わし、 $\mathbf{M}$ は要素境界に沿う曲げモーメントを、 Φ は要素境界の回転角の積分値をそれぞれ表わしており、 Δ は増分量を意味している。また、式(1)左辺の要素剛性マトリックスにおいて、 $\mathbf{G}$ は曲げを、 $\mathbf{H}$ は力の釣り合いを表現するマトリックスであり、 $\mathbf{A}$ は面内剛性マトリックス、 $\mathbf{C}$ は初期応力マトリックスである。 $\mathbf{A} + \mathbf{C}'$ の部分が非線形性を表現している。尚、和田・滝らは $\mathbf{C}'$ を変形前の座標から計算し、荷重増分を各段階で修正することで誤差を補正しているが、本報告では変形後の座標から $\mathbf{C}'$ を求め、プログラムの改善を計った。

[3]解析結果

解析は、荷重をパネル両端が直線保持すると仮定した変位制御によって与えた場合と、パネルの両端に作用する応力分布が線形であると仮定した応力制御によって与えた場合について行った。パネルの形状は、鉛直補剛材間隔を a 、パネル高さを b 、板厚を t として、アスペクト比 $a/b = 1.0$ 、幅厚比 $b/t = 150$ とし、曲率半径 R については、中央縦距 ΔR との比 $Z = \Delta R/R$ の値にして、 $Z = 0.01, 0.2$ の2通りのものを考えた。また、パネル周辺の支持条件は、周辺回転端とした。パネルの要素分割は、図2に示す通りである。尚、材料定数はYoung率 $E = 2.1 \times 10^4$ (kg/

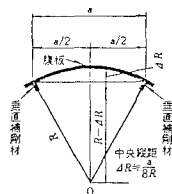


図1. 中央縦距と曲率半径

mm²), Poisson比 $\nu=0.3$ として計算を行った。解析結果を図3~7に示す。さらに本報告で用いた解析手法の妥当性を示すために、良く知られた浅い正方形キャップの飛び移り座屈の計算を実行した。結果は図8に示す通りである。図8.から明らかなように、理論値と非常に良く一致した近似解が得られている。図4.を見ると、 $Z=0.01$ の場合、パネル下端における応力 σ_1 が、 $\sigma_1=19.2$ [kg/mm²]となる前後で剛性が急激に変化している様子がわかる。文献4)によれば、本報告の応力制御の場合と全く同様の荷重条件、支持条件を有する、平板の座屈応力が σ_1 に近い値となっている。図5.及び6.には、円筒シェルパネルの軸方向及び周方向に沿う面外変位モードがそれぞれ示されている。いずれも $Z=0.2$ の場合の代表的なものを取り上げ、変位制御(実線)と応力制御(破線)を重ねて図示してみた。特に、変位制御の場合のパネル両端における回転角 $\varphi=0.3 \times 10^{-3}$, 0.6×10^{-3} [rad]のモードと、応力制御の場合のパネル上下端における応力 $\sigma_1=8.0$, 15.0 [kg/mm²]のモードとがそれぞれ対応している。これらと比較してみると、変形の初期の段階では、変位制御でも応力制御でもほぼ一致したモードで変形するが、変形が進んで非線形性の影響が卓越してくると、両者はほぼ同じモードで変形しなくなる様子が良くわかる。また、図6.の3次モードは、図3.及び4.の $Z=0.2$ の曲線の終点と対応している。図7.の応力分布を見ると、変位制御の場合、変位の増大に伴って、パネル上下端での応力の増加が目立ってくるのがわかる。

(4)まとめ

以上のことから、以下の結論が得られる。

- 1)本報告で用いたHerrmannの混合法は、非線形解析手法として有効である。
- 2)同じ補剛材間隔の場合、曲率半径が大きい(Z が小さい)場合の方が、剛性の図5.B-B辺における面外変位変化が著しい。
- 3)荷重は、応力制御で与えた場合の方が、構造系として柔らかくなる。
- 4)変位が増大すると、変位制御、応力制御共にパネルの周方向に沿って、3次モードが発生する。

※参考文献

- 1)倉西・樋渡：曲げを受ける曲線プレートガーダーのウェブプレートの弾性挙動について，土木学会論文報告集，1981. 11。
- 2)藤井・大村：曲線桁断面変形の非線形有限要素解析，広島大学工学部研究報告，1983。
- 3)和田・滝，他：混合要素を用いた板、かくの増分法による幾何学的非線形解析，日本機械学会論文集，1980。
- 4)長柱研究委員会：弾性安定要覧，コロナ社
- 5)中井・北田，他：曲線桁橋腹板の実績調査，橋梁と基礎，81-5

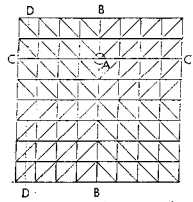


図2.パネルの有限要素分割

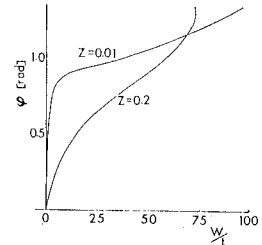


図3.点Aの面外変位(変位制御)

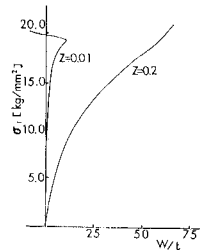


図4.点Aの面外変位(応力制御)

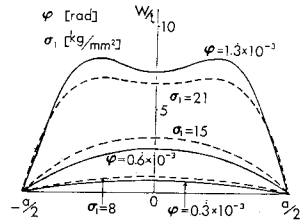


図6.C-C辺における面外変位

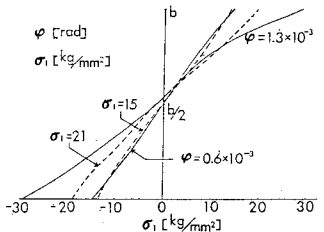


図7.D-D辺における応力分布

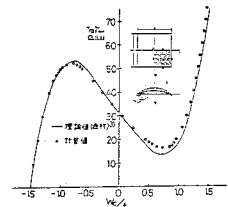


図8.正方形曲板の飛び移り座屈