

岩手大学工学部 学生員 ○佐々木 一彦

岩手大学工学部 正会員 宮本 裕

岩手大学工学部 正会員 岩崎 正二

1. まえがき

近年、有限要素法 (Finite Element Method, F.E.M) に代わり境界法における一近似解法である境界要素法 (Boundary Element Method, B.E.M) が注目を浴びてきている。B.E.Mは積分方程式にF.E.Mにおける離散化法を組合わせた解法である。主な特徴は今日までの種々の文献で示されているとおりであるが、まず第一は、方程式の数が少なく合わせて入力データもかなり減少することである。第二は、連立方程式の元数が少ないためB.E.Mの数値計算の精度が、F.E.Mのそれと比較して一般的に良いということも上げられる。また第三は、領域型 (F.E.M, F.D.M, etc) の解法が不適当な無限領域を含む問題の解析にも適している。このことは同時に、無限領域を含む問題などでは、F.E.MとB.E.Mとの組合せも考えられるということである。

以上の点を踏まえ本論文では、B.E.Mの概略を示すとともに充実円断面の管が外圧を受ける場合の解析を行ない、さらに、斜張橋のリーガル定着部の応力解析に適用させる。また同時に、F.E.Mによる解析結果との比較も行なうものとする。

2. 境界要素法の基礎概念

二次元弾性問題におけるB.E.Mの基礎関係式は次式で示される。

$$C^i u_k^i + \int_{\Gamma} u_k p_{ik}^* d\Gamma = \int_{\Gamma} p_k u_{ik}^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_{ik}^* d\Omega \quad (1)$$

ここに、 u_k , p_k および b_k は、それぞれ k 方向の変位、応力度および物体力。 u_{ik}^i は点 i における k 方向の変位。 C^i は点 i における境界の形状を示す係数である。また基本解である u_{ik}^* , p_{ik}^* は等方性体の平面応力問題に対しては次式で示される。

$$u_{ik}^* = \frac{1+\nu}{8\pi G} \left\{ \frac{3-\nu}{1+\nu} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \Delta_{ik} + \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right\} \quad (2)$$

$$p_{ik}^* = -\frac{1+\nu}{4\pi r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial n} \left[\frac{1-\nu}{1+\nu} \Delta_{ik} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right] - \frac{1-\nu}{1+\nu} \left(\frac{\partial r}{\partial x_k} m_k - \frac{\partial r}{\partial x_i} m_i \right) \right\} \quad (3)$$

G はせん断弾性係数、 ν はPoisson比、 r は着目点と考慮点との距離である。また n は境界法線方向の単位ベクトルである。

ここで、上述の式(1)をベクトル表示およびマトリックスを用いて書き表すと式(4)となる。 $\{U^*\}$ は u_{ik}^* を成分としてもつマトリックス、 $\{P^*\}$ も同様である。 $\{u\}$, $\{p\}$, $\{b\}$ は変位、表面力、物体力のそれぞれベクトル表示。

$$\{C^i\}\{u\} + \int_{\Gamma} \{P^*\}\{u\} d\Gamma = \int_{\Gamma} \{U^*\}\{p\} d\Gamma + \int_{\Omega} \{U^*\}\{b\} d\Omega \quad (4)$$

さらに、 $\{u\}$, $\{p\}$ は内挿関数 $[\Phi]^T$ で表わされるものとし、境界上の特定の節点について考えると、

$$\{C^i\}\{u\} + \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} \{P^*\}[\Phi]^T d\Gamma \right\} \{u_j\} = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} \{U^*\}[\Phi]^T d\Gamma \right\} \{p_j\} \quad (5)$$

が得られる。なお $\{u_j\}$, $\{p_j\}$ は要素 j 上の節点変位と表面力を表わす。(物体項は無視する。)

ここで、左辺の積分を $\hat{H}_{ij}$ 、右辺の積分を G_{ij} とすると式(6)のようになる。

$$\{C^i\}\{u\} + \sum_{j=1}^n [\hat{H}_{ij}]\{u_j\} = \sum_{j=1}^n [G_{ij}]\{p_j\} \quad (6)$$

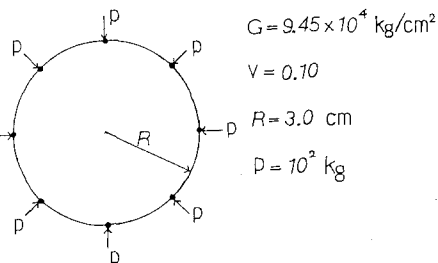
式(6)を n 個の境界節点に対して求め、全体系の方程式を作成する。そして、それをマトリックス表示する。

$$[H]\{u\} = [G]\{p\} \quad (7)$$

3. 充実円断面の管が外圧を受ける場合

モデルおよび種々の条件は図・1に示すとおりである。なお図・1のモデルは要素数を8としたものである。解析方法としてB.E.M.において、一定要素、線形要素の2方法で行ない、さらに各々について要素数を8, 16, 36とした場合について解析を試みた。また剛体変位を除外するために、それぞれのモデルにおいていくつかの変位成分を0と付いた。

結果は、変位の値を要素数の変化に応じた関係で示した。(図・3)

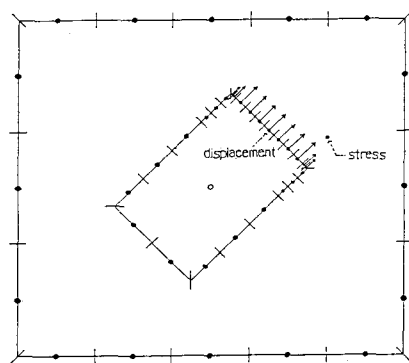


図・1

4. 斜張橋のケーブル定着部の応力解析

前述までの点を考慮に入れて、ケーブル定着部の応力解析を行なう。モデルは図・2に示すように非対称構造であると同時に、境界面が複数であるためケーブル定着部そのものをモデル化して解析を行なう。なお図・2のモデルは要素数を41としたものである。その際、応力集中部と思われる箇所では要素を密に取り、それぞれこの要素内では変位および応力は一定とした。また外側境界面ではB.E.M.およびF.E.M.ともにx, y方向を拘束した。

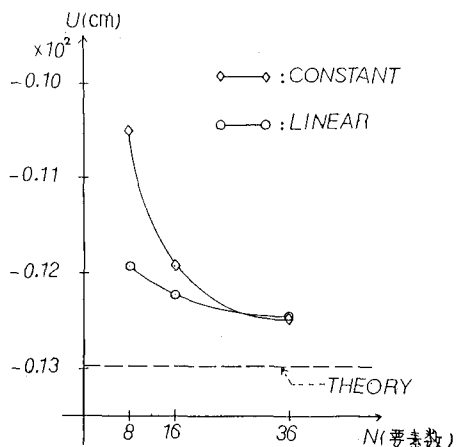
また、ケーブル定着部の荷重状態は本来等分布荷重と考えられるが、ここでは集中荷重として取扱う。その際、等分布荷重の大きさを一定とし、要素の長さに応じて等分布荷重を集中荷重に置換えた。



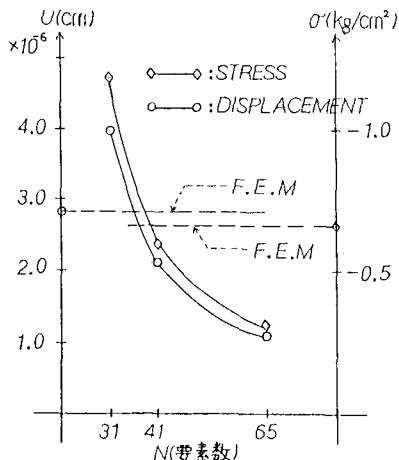
図・2

B.E.M.の解析では、要素数を31, 41および65とした場合について、F.E.M.においては、要素数を77とした場合について解析した。

結果は、それぞれのモデルにおいて同一地点での変位および応力の値を、要素数の変化に応じた関係で示した。(図・4)



図・3



図・4

参考文献

- (1) C. A. ブレビス; 境界要素法入門, 培風館(1982)
- (2) C. A. ブレビス; 境界要素法の応用・2, 企画センター(1983)