

岩手大学工学部 正 員 宮 本 裕
 岩手大学工学部 学生員 佐々木 一彦
 北海道大学工学部 正 員 渡 辺 昇

1. まえがき

近年、境界要素法 (Boundary Element Method, BEM) という解法が工学上の種種の問題に応用され、従来の領域型解法とならんで構造解析の有力な解法となりつつある。境界要素法は、場の支配微分方程式を Green の公式を用いて境界上の積分方程式に変換し、これに有限要素法と同様の離散化を施して数値解を求める。この解法によれば、最終的に解くべき方程式系には境界上の節点変位が含まれるだけであり差分法や有限要素法などの領域型解法と比較して、入力データ数や計算時間を大幅に短縮できるようになる。ここでは、回転体としての溶接継手部のねじり応力集中解析の結果を説明する。

2. 解析理論

3次元の場合に、境界積分方程式の出発方程式は相反法則として次式のようになる。

$$\int_{\Omega} (t_i^I v_i^I - t_i^I v_i^I) d\Omega = 0 \quad (1)$$

これより、ねじり荷重を受ける回転体の境界積分方程式は次式のように誘導される。

$$c(P) v(P) + 2\pi \int_C T(P, Q) v(Q) r(Q) ds = 2\pi \int_C V(P, Q) t(Q) r(Q) ds \quad (2)$$

ここで $v(Q)$ は境界変位、 $t(Q)$ は境界応力で、 $r(Q)$ は半径、 ds は子午線

C に沿った微小要素である。また $T(P, Q)$ 、 $V(P, Q)$ は楕円積分の公式を用いて表わされるが、ここでは省略する。¹⁾ 式 (2) を解いて $v(Q)$ 、 $t(Q)$

を計算するには、積分方程式を離散化して計算するのが有効な方法である。有限要素法のように子午線曲線 C を n 個の要素に分け、その各要素につきそれぞれ境界応力 $v(\xi)$

境界変位 $t(\xi)$ を次のように多項式で近似する。

$$v(\xi) = \sum_{m=1}^q M_m(\xi) v_m, \quad t(\xi) = \sum_{m=1}^q M_m(\xi) t_m \quad (3)$$

ここで 1 次式近似の場合 m は 2 までで、2 次式近似の場合 m は 3 までとする。また $-1 < \xi < 1$ で ξ は離散的に 6 ないし 7 個の値をとる。結局式 (2) は次のようになる。

$$c(P^0) v(P^0) + \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^q v_m \int T(P^0, \xi) M_m(\xi) 2\pi r(\xi) J_1(\xi) d\xi = \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^q t_m \int V(P^0, \xi) M_m(\xi) 2\pi r(\xi) J_1(\xi) d\xi \quad (4)$$

ここで局所座標 ξ で積分するから、全体座標に変換するためヤコブ関数 $J_1(\xi)$ をかける。 $r(\xi)$ 、 $z(\xi)$ 、 $J_1(\xi)$ は直線要素が曲線要素に応じて、式が与えられる。また局所座標 ξ についての積分には、次のようなガウスの積分公式を用いる。

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^k H_i f(\xi_i) \quad (5)$$

ここで H_i は重み関数であり、 $f(\xi_i)$ は $T(P, \xi) M_m(\xi) 2\pi r(\xi) \cdot J_1(\xi)$ または $V(P, \xi) M_m(\xi) 2\pi r(\xi) J_1(\xi)$ である。 k は普通 6 で十分である。

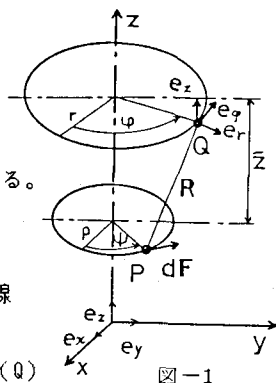


図-1

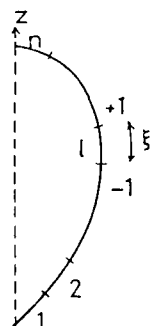


図-2

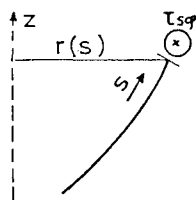


図-3

すべての節点 N に点 P をあてはめ、式 (4) を適用させると次の N 元連立方程式が得られる。

$$(A) \{v\} = (B) \{t\} \quad (6)$$

この連立方程式を解くのに、右辺に既知数を、左辺に未知数を配置した方程式に変換して、この方程式を解く。この場合、有限要素法と異なり方程式の係数マトリックスは非対称となることに注意する。 v 、 t が決定されると境界表面せん断応力は次の式から計算される。

$$\tau_{\theta\phi} = G \left(\partial v / \partial s - (r'/r) v \right) \quad (7)$$

ここで $\partial v / \partial s = \left(\sum_{m=1}^q v_m \frac{dM_m(\xi)}{d\xi} \right) / J_1(\xi)$ 、 $r' = dr/ds$ である。

3. 数値計算例

数値計算例として図-6 のような溶接継手部の応力集中の問題を考える。計算に用いたパラメータは図-5 のようになる。ここで $5 < a/\rho < 100$ 、 $5 < a/\rho_w < 500$ 、 $0.6 < e/a < 1.6$ 、 $0.1 < l_w/a < 1.0$ かつ $r/a = 0, 1, 10$ として、基本の値を $a/\rho = 20$ 、 $a/\rho_w = 20$ 、 $e/a = 0.8$ 、 $l_w/a = 1$ とする。応力集中係数は α_k or $\alpha_{kw} = \tau_{\max} / \tau_n$ である。ここで $\tau_n = M_T / W_T$ かつ $W_T = (\pi/2) ((r+a)^4 - r^4) / (r+a)$ である。 M_T は分布外力から計算されるねじりモーメントである。表-1 は計算結果の一部である。なお case 1, case 2 はそれぞれねじりモーメントに相当するせん断応力の分布を、三角分布、台形分布と仮定した場合である。

表-1 応力集中係数

(r/a = 1)	α_k			α_{kw}		
	BEM case1	BEM case2	FEM ⁴⁾	BEM case1	BEM case2	FEM ⁴⁾
0.1	2.00	2.21	2.21	0.42	0.81	0.81
0.25	2.00	2.22	2.24	0.59	0.91	0.91
0.5	2.02	2.23	2.30	0.82	1.05	1.05
0.75	2.04	2.25	2.37	1.00	1.19	1.19
1.0	2.05	2.27	2.47	1.16	1.35	1.35

くわしい計算結果と考察は当日発表する。計算は北大、東北大、東大の大型計算機センターを利用した。

参考文献

- (1) 宮本 裕：境界要素法によるねじりを受ける回転体の応力集中解析，第38回年次講演概要集 (1983)
- (2) Miyamoto, Y.: Analysis of Axisymmetrical Torsion Problems by the Boundary Element Method, 5th International Conference on Boundary Elements (1983)
- (3) Miyamoto, Y., Hoffmann, M. und Seeger, T.: Untersuchung der Spannungskonzentration rotationssymmetrischer Kreuzstoesse unter Torsion mit Hilfe der Randelementmethode, Forschungsbericht FF-8 im Fachgebiet Werkstoffmechanik der TH Darmstadt (1982)
- (4) Rainer, G.: Errechnen der Spannungen in Schweißverbindungen mit der Methode der Finite Elemente, Dissertation TH Darmstadt (1978)

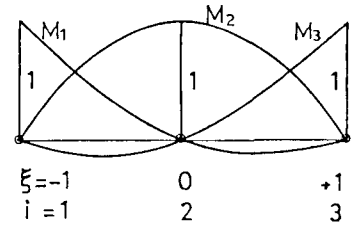


図-4

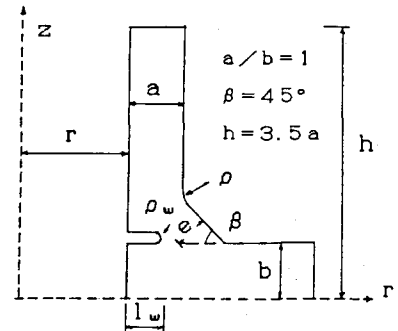


図-5

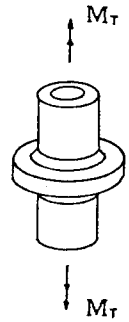


図-6