

秋田大学 正 員 ○長谷部 薫

秋田大学 正 員 薄木 征三

1. はじめに

薄肉断面部材の有限変位理論に関する研究は、非弾性まで考慮した多くの研究がなされている。また曲線桁の弾性域における有限変位理論はこれまでも厳密な支配方程式が導かれ、逐次実用設計に関する研究が行なわれている。しかし、曲線桁の非弾性域まで考慮した研究は数少なく、未だ確立されたものはないように思われる。通常の構造物のはりにおいて、断面の一部が塑性域に入り非弾性域で座屈現象が生じることから、曲線桁の非弾性挙動を十分に検討する必要がある。本報告は、これまでに導かれた曲線桁の弾性有限変位解析の基礎式をもとに、2軸対称 I 形断面の場合の非弾性有限変位解析を示す。ここで用いられる変位場は、棒理論の仮定のほかに、ひずみ-変位関係式において部材軸方向の変位の微係数の2次項を無視して得られたものであるが、ねじりに対して大きな変形を扱えるものである。非弾性域の解析では、非弾性の影響をはりの剛性の低下として考慮し、非弾性域においても弾性有限変位理論より得られる断面力-変位関係式が成立するものとする。

2. 解析方法

薄肉曲線部材の弾性有限変位理論より得られる変位場は¹⁾,

$$\begin{aligned} u &= u_0 - y \sin \varphi - x(1 - \cos \varphi) \\ v &= v_0 + x \sin \varphi - y(1 - \cos \varphi) \\ w &= w_0 - y(\phi_x \cos \varphi - \phi_y \sin \varphi) - x(\phi_y \cos \varphi + \phi_x \sin \varphi) - \omega \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 u_0, v_0, w_0 は座標原点の x, y, z 方向への変位であり、 φ は断面のねじれ角である。また

$$\phi_x = v_0' + \frac{w_0}{R}, \quad \phi_y = u_0', \quad \varphi_z = \varphi' - \frac{\phi_y}{R} \quad (2)$$

とにおいてある。直ひずみとせん断ひずみは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x + \frac{1}{2} \{ \phi_x^2 + \phi_y^2 + (x^2 + y^2) \varphi'^2 \} - x(\phi_y' \cos \varphi + \phi_x' \sin \varphi + \frac{\sin \varphi}{R}) \\ &\quad - y(\phi_x' \cos \varphi - \phi_y' \sin \varphi - \frac{1 - \cos \varphi}{R}) - \omega \omega' \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma_{xy} = \theta \varphi_z$$

ここで

$$\theta \omega = \varphi'' - \frac{\phi_y'}{R} \quad (4)$$

式(1), (3)に含まれる $\sin \varphi, \cos \varphi$ をテイラー展開することなく仮想仕事の原理に増分理論を適用して、荷重増分と変位増分関係を導く。次に曲線桁を有限個の要素に分割し、要素の重心軸上の点の変位を部材軸方向の座標の3次式で近似し、荷重増分-変位増分関係を要素両端での等価節点力増分-節点変位増分関係式に直し剛性方程式を導く。この剛性方程式において要素曲率面内と曲率面外の荷重増分を与えて、節点変位増分を求めるためニュートン・ラフソン法で繰り返し計算を行なった。剛性方程式中の剛性マトリックス、初期応力マトリックス、および残差ベクトルは Gauss の求積公式によって求め、

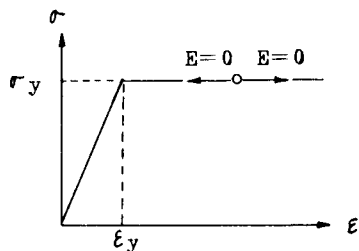


図-1 応力-ひずみ関係

Gauss の点の数は 15 とした²⁾。非弾性域の解析では、非弾性域においても弾性有限変位理論より得られる断面力-変位関係式が成立するものとし、非弾性の影響をはりの剛性の低下として考慮する。各非弾性剛性値は次のようにして求める。変形量が収束した場合、微小断面要素の垂直ひずみを用いて、図-1 に示す完全弾塑性体の応力-ひずみ関係より要素の応力を求める。この応力分布から計算される軸方向力と、すでに収束計算で求まっている軸方向力は一致しないので、このつりあい条件を満足するように試行錯誤法により断面全体の図心のひずみを求め、微小断面要素の垂直ひずみを決定する。得られた垂直ひずみと降伏ひずみを比較し、弾性領域と塑性領域に分ける。曲げ剛性および曲げねじり剛性は弾性域のみ有効とする接線弾性係数理論によるものとし、St-Venant のねじり剛性は全断面有効とする塑性流れ理論によるものとして求める。

3. 数値計算例

解析の対象とする曲線 I 桁の寸法を図-2 に示す。曲線スパン長 2.8 m，曲率半径 35 m，中心角 0.08 rad.，降伏応力 $\sigma_u = 3200 \text{ kg/cm}^2$ の I 形曲線桁に対し、

集中荷重がスパン中央に載荷された場合を対象とした。荷重増分の方法は、直線桁としての座屈荷重 $(P_u)_{th}$ に対して、荷重ステップ数 N での荷重増分を $N = 1 \sim 10$ で $\Delta P_x = 0.07(P_u)_{th}$ とし、 $N = 11$ 以降の荷重増分は $\Delta P_x = 0.02(P_u)_{th}$ とした。ニュートン・ラフソン法によって剛性方程式を求めるが、横倒れ座屈荷重に近づくとき繰り返し計算は荷重増分を小さくしても急に収束しなくなる。この時の 1 ステップ前の荷重を最大荷重としこれ以後 $\Delta P_x = 0.02(P_u)_{th}$ 刻みの除荷を行なった。図-3 は作用荷重とスパン中央部における圧縮フランジ両端のひずみとの関係を示している。図中の丸印は耐力実験値³⁾である。残留応力分布は測定された残留応力分布を用いた。図-4 は作用荷重とスパン中央部におけるねじれ角の関係を示している。また図中には、弾性状態での A 点から除荷域の D 点までの 4 点におけるスパン中央部での降伏状態も示している。

1) 薄木征三：変形を考慮した薄肉断面円弧アーチの曲げねじれ座屈，土木学会論文報告集，No263, 1977

2) 渡辺・稼農・薄木：薄肉曲線桁の変位場に基づく有限ねじれ変形解析，土木学会論文報告集，No317, 1982

3) Fukumoto, Y. and S. Nishida: Ultimate Load Behavior of Curved I-Beams, Proc. of ASCE, Vol. 107, No. EM2, 1981

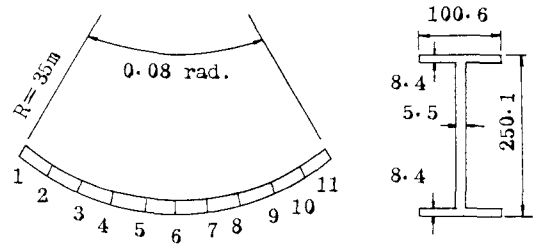


図-2 曲線桁と I 形断面の寸法

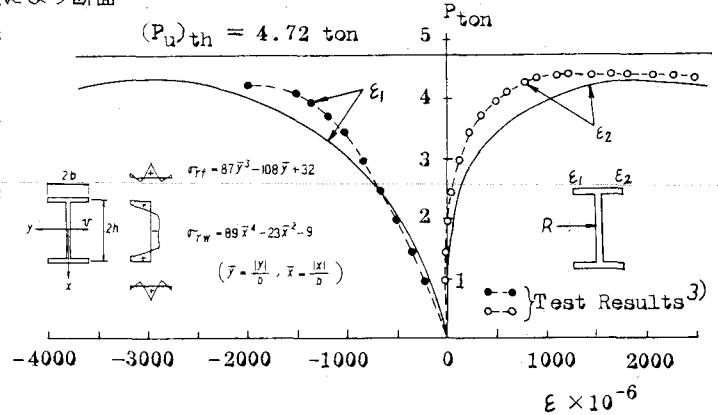


図-3 荷重-ひずみ関係

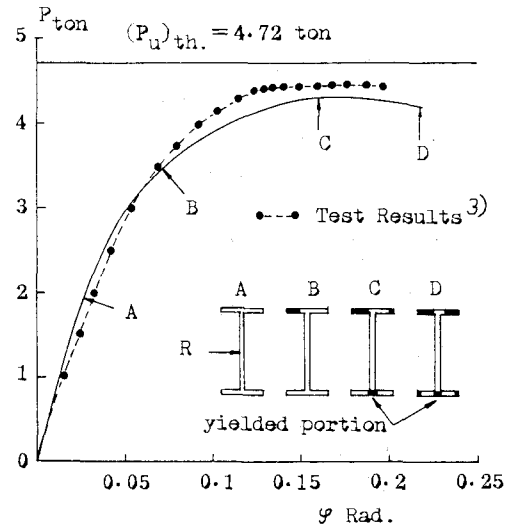


図-4 荷重-変位関係