I-52　　変動軸力を受ける非弾性柱の動的安定解析について

徳山高専　正員　原　隆
徳山高専　正員　重松恒美
愛媛大学　正員　大賀水田生

1．まえがき

前報[2)]で著者らは，変動軸力を受ける初期たわみを有する柱の動的安定解析をマトリクス関数法を用いて行ない，初期たわみが動的不安定に影響を与えることを示した。本報ではひき続き，初期たわみを有する非弾性柱の動的安定解析にマトリクス関数法を適用し，変動軸力を受ける柱の非弾性域における動的挙動の解析を試みた。本報の数値解析では，要素として剛体－ばねモデルを使用し，モデルの回転ばねと曲げモーメントの関係はバイリニア型であると仮定した。また，弾性域のばねの復元力と非弾性域のばねの復元力の差を付加的な外力として作用させることにより，非弾性域においてもマトリクス関数を組み換えることなく，弾性域で計算されたマトリクス関数を使用して逐次計算した。数値計算は初期たわみを有する両端固定柱について行ない，周期軸力を受ける場合の弾性及び非弾性域の動的挙動の特性を比較，検討した。

2．解析方法

前報と同様にマトリクス関数法を用い，非弾性域への適用を試みる。解析モデルは図－1に示す初期たわみを有する両端固定柱とした。また要素は図－2に示す剛体－ばねモデルとした。図－3に剛体－ばねモデルの回転ばねの復元力特性を示す。図－1に示すような変動軸力 $P(t)$ を受け，初期変位 $\mathbb{x}_0$（中央部たわみ w_0）を有する非弾性柱の運動方程式は次式となる。

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbb{x}}+\mathbb{C}\dot{\mathbb{x}}+\mathbb{F}_R=P(t)\mathbb{G}\mathbb{x}-(\mathbb{K}-P(0)\mathbb{G})\mathbb{x}_0$$

$$=P(t)\mathbb{G}_T\mathbb{x}+\mathbb{f}_0 \qquad (1)$$

ここで，$\mathbb{M}$，$\mathbb{C}$，$\mathbb{G}$はそれぞれ系の質量，減衰，幾何マトリクスであり，$\ddot{\mathbb{x}}$，$\dot{\mathbb{x}}$，$\mathbb{x}$は加速度，速度，変位の各ベクトルである。また $\mathbb{F}_R$は復元力を示し，弾性の場合（図－3の $0-P_1$ 上）

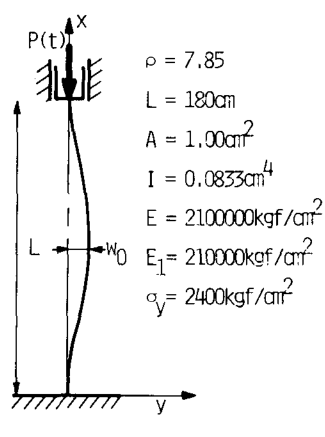
$$\mathbb{F}_R=\mathbb{K}\mathbb{x} \qquad (2)$$

非弾性の場合は図－3の P_1-P_2 上，P_2-P_3 上ではそれぞれ

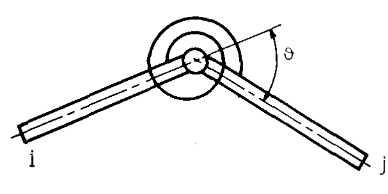
$$\left.\begin{aligned}\mathbb{F}_R&=\mathbb{K}_1\mathbb{x}+(\mathbb{K}-\mathbb{K}_1)\mathbb{x}_p\\ \mathbb{F}_R&=\mathbb{K}\mathbb{x}+(\mathbb{K}-\mathbb{K}_1)(\mathbb{x}_p-\mathbb{x}_m)\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

ここで，$\mathbb{K}$，$\mathbb{K}_1$は $0-P_1$（弾性）の剛性及び P_1-P_2（非弾性）の剛性である。また，$\mathbb{x}_p$，$\mathbb{x}_m$ は図－3の P_1，P_2 上の変位ベクトルをあらわす。他の非弾性領域の復元力特性も同様にして得られる。

数値計算においては式(1)，式(2)より得られる弾性域でのつりあ



図－1　解析モデル



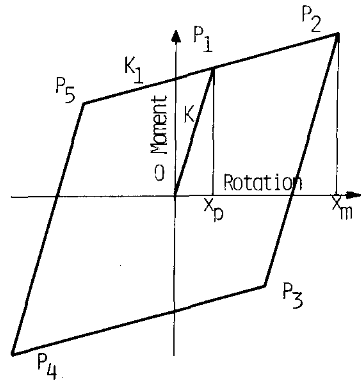
図－2　剛体－ばねモデル

い式を基本形として次式に対してマトリクス関数法を適用する。

$$\mathbb{M}\ddot{x}+\mathbb{C}\dot{x}+\mathbb{K}x=f_0+\Delta f \qquad (4)$$

ここにΔfは軸力及び復元力の変化をもとにしてあらわされる付加外力項を示す。例えば図−3の$O-P_1$(弾性)，P_5-P_2，P_2-P_3(非弾性)ではそれぞれ次式とあらわされる。

$$\left.\begin{aligned}\Delta f &= P(t)\,\mathbb{G}_T\,x\\ \Delta f &= P(t)\,\mathbb{G}_T\,x+(\mathbb{K}-\mathbb{K}_1)(x-x_p)\\ \Delta f &= P(t)\,\mathbb{G}_T\,x+(\mathbb{K}-\mathbb{K}_1)(x_m-x_p)\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

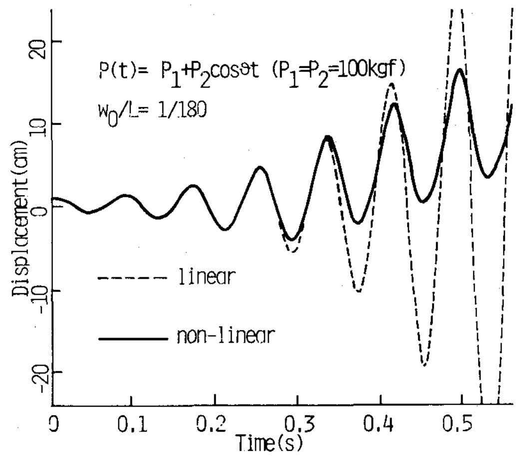


図−3　復元力特性

他の非弾性領域の付加外力も同様に得られる。なお，マトリクス関数の計算は式(4)の左辺についてのみ行なうため，非弾性域でもマトリクス関数を組み換えることなく逐次数値計算できる。

3、数値計算

式(4)，式(5)を用いてマトリクス関数法を適用し，初期たわみを有する非弾性柱の動的不安定を周期軸力のもとで解析する。なお，モデルの諸定数を図−1に示す。また軸力は荷重振幅100 kgf，荷重振動数25Hzとした。これらより振動数比$\theta/2\Omega=0.77$，励振パラメータ$\mu=0.44$となり，一次の不安定領域内である。なお，本解析例では減衰は考慮せず，初期たわみ量は$W_0/L=1/180$とした。まず本解析法の妥当性を検討するために弾性応答を求め，前報で使用したマトリクス関数法(マトリクスを逐次組み換える)の結果と比較した。本解析法において時間分割を小さく(一次固有振動周期の1/200以下)とれば両者の解は一致し，また本報の計算時間は前報の約1/5であった。



図−4　変位応答　(柱中央)

図−4に数値計算結果を示す。図中の破線は弾性応答($\mathbb{K}_1=\mathbb{K}$)を示し，実線は非弾性応答を示す。弾性応答ではパラメトリック共振を生じているが，非弾性域では応答周期がやや長くなり一方向に変位が増大している。

4、まとめ

本報では変動軸力を受ける非弾性柱の動的安定解析へのマトリクス関数法の適用を試みた。そして要素に剛体ばねモデルを使用し，復元力の差を付加外力として扱うことにより計算の簡略化を行なった。数値計算結果より，マトリクス関数法は非弾性柱の動的安定解析に有効であると思われる。しかし，本解析例では減衰項が含まれておらず，パラメータも限られている。著者らは以上のことを考慮し，また，幾何学的非線形項も含めた非弾性域での他の解析法3)との比較検討も含め，現在数値計算を進めている。

《参考文献》1). T.Shigematsu,T.Hara und M.Ohga: Zur numerischen und experimentellen Schwingungsuntersuchung von Bauwerken unter unregelmäßiger Belastung. Bauingenieur. H-3 1984
2). 原,重松,大賀：マトリクス関数を用いた変動軸力を受ける柱の動的安定解析について．土木学会第38回年次学術講演会 昭和58年
3). S.Kuranishi and A.Nakajima: Dynamic strength characteristics of axially loaded columns subjected to periodic lateral accelerations. Proc. of JSCE No.341 1984