

○ 清水建設 正会員 工藤信洋
名古屋大学 正会員 宇佐美勉
Purdue大学 学生員 大谷恭弘

1. 序文

本論文は圧縮力、または圧縮力と曲げを受け、薄板集成短柱部材の局部座屈と全体座屈の連成挙動の解析的研究の一部と述べたものである。解析は二段階に分けられ、第一段階としては薄板の弾塑性有限変位理論に基づいた有限要素法を用いた短柱要素の局部座屈を考慮した平均的なモーメント-曲率-軸力 (M - ϕ - P) を求めることにある。第二段階では M - ϕ - P 曲線を部材の長手方向に積分し、全体座屈と連成挙動を求めることにある。本論文は第一段階の解析について述べたものであり、第二段階の解析および結果は別報¹⁾で述べる。

2. 解析手法

初期不整合を有する長柱を解析するに当たって長柱を長手方向に輪切りにし、得られた短柱要素の局部座屈を考慮した平均的なモーメント-曲率-軸力曲線を有限要素法を用いて求める。断面形状は任意であるが、ここでは箱形断面を対象とする。図1(a)に示すように断面を三角形要素に分割し、一定軸力 P の差むモーメント M が増す時の短柱の挙動を解析する。有限要素モデルとしては、面内変形に対しては適合モデル、面外変形に対しては Herrmann モデルを採用する。変位場は一次式を仮定し、応力場は要素内で一定とし、初動座標系を図1(b)のように定義する。要素の持線剛性を式(1)で与えらる。

$$\begin{bmatrix} k \\ k_{\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dl \\ M_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P} \\ \bar{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{P}^{(0)} \\ \bar{\theta}^{(0)} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} P_n^{(0)} \\ \theta_n^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $[k]$ = 要素の持線剛性マトリックス、 $dl = \{u, v, w\}$ = 要素の増分節点変位ベクトル、 M_n = 要素の増分節点モーメントベクトル、 $\bar{P}$ = 要素の増分節点力ベクトル、 $\bar{\theta}$ = 要素の増分節点たね角ベクトル、 $\bar{P}^{(0)}$ = 状態(0)の要素節点力ベクトル、 $\bar{\theta}^{(0)}$ = 状態(0)の要素節点たね角ベクトル、 $P_n^{(0)}$ = 状態(0)の要素の端節点力ベクトル、 $\theta_n^{(0)}$ = 状態(0)の要素の端節点たね角ベクトルである。式を全要素について重ね合わせることにより、 $\{\bar{P}\} + \{\bar{P}^{(0)}\} - \{P_n^{(0)}\}$ は通常の変位法と同様に節点での不つりあひになる。一方 $\{\bar{\theta}\} + \{\bar{\theta}^{(0)}\} - \{\theta_n^{(0)}\}$ は節点でのたね角の不連続を表す項となるが、本解析の場合 $\{\bar{\theta}\}$ は零であり、 $\{\bar{\theta}^{(0)}\}$ は相隣する要素が共有する節点での節点に直角方向のたね角の和であり、荷重増分前の要素の幾何学的考察から求められる。 $\{\theta_n^{(0)}\}$ は要素の応力端から直接求められる。初期不整合として図2に示す様に、構成要素の初期たね角と残存による残留応力を考慮する。材料は完全弾塑性体として、Von Mises の降伏条件と Prandtl - Reuss の塑性流下理論を用いる。剛性行列 $[k]$ を求めるため、要素を厚さ方向に5分割し、Simpson 公式を用いて積分を行う。軸方向圧縮力 P 一定のもとで、材端モーメント M が部材の平均曲率を定めるために材端節点に理想的に変化する強制変位増分を与え、それにより生ずる反力より軸力 P 、材端モーメント M を求め、軸力が与えられた値に近づき計算を行う。

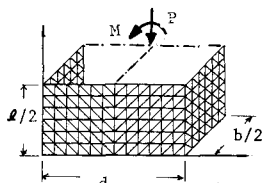
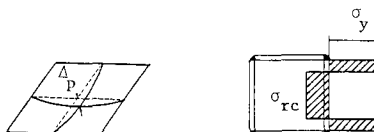
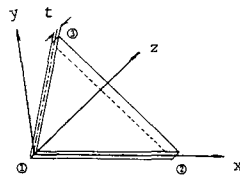


Fig.1 FEM Mesh and Element



(a) Initial Deflection (b) Residual Stress

Fig. 2 Initial Imperfections

任意の状態における部材の平均曲率等は、その時点までに部材材端に与えられた弾性変位の勾配のより次式を用いて求めることが出来る。すなわち、 $\bar{\epsilon} = 2.0/l$ であり l は短柱要素部材長である。

3. 数値解析結果

一様圧縮板の解析 一様圧縮板の境界条件として非載荷端に於いて面内変形拘束なしとし、また載荷端に一様弾性変位を与え、その反りより圧縮力を評価する。面外挙動に対する境界条件として両端単純支持とした。板要素の最大初期たわみは板幅の0.005倍とし、荷重による残留応力を考慮した(圧縮残留応力 $= (0.081 \sim 0.25) \sigma_y$) 板を分割は、対称性を考慮して板の長手方向に6等分割、板幅方向は残留応力分布に対応する様に、12分割とした。解析結果は横軸を平均応力と降伏応力の比で表し、縦軸を平均歪と降伏歪の比で表して、G.H. Little 及び K.E. Moxham の結果²⁾ と比較して図3に示す。一様圧縮板の強度は、初期たわみ、残留応力という初期不整に深く依存しており、その影響は幅厚比が小さいほど程大きいと考えられる。また本解析結果は、Little, Moxham と良く一致している。

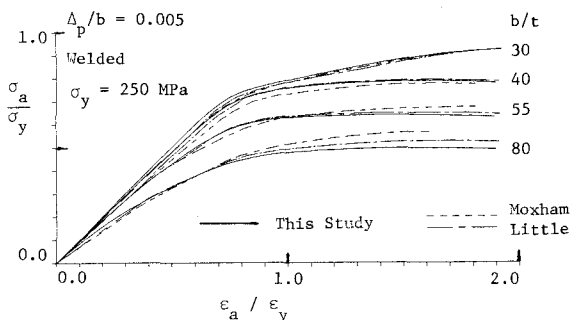


Fig. 3 Comparison with Available Solutions

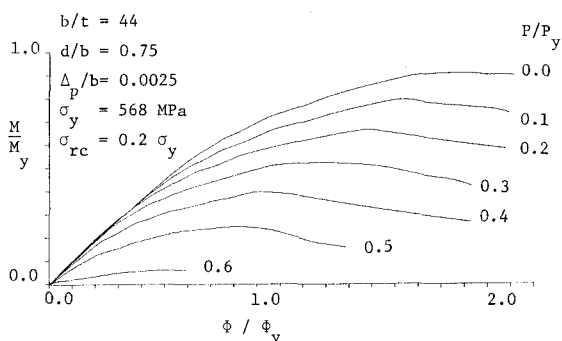


Fig. 4 Average M- Φ -P Curves of Rectangular Box Section (Web Width/Flange Width=0.75)

短柱のM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線の解析 M- $\bar{\epsilon}$ -P曲線は、短柱のアスペクト比(フランジ長さ/フランジ幅)に左右される。本解析では数種類のアスペクト比を用いてM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線を求め、その中で最小の強度を与えるアスペクト比を採用した。M- $\bar{\epsilon}$ -P曲線が代表的なものととしてフランジの幅厚比 $b/t = 29$ 、軸力 $P/P_y = 0.5$ について求め、アスペクト比 $\alpha = 0.5 \sim 1.2$ に対して得られた等厚な長方形箱形断面短柱(ウェブ幅/フランジ幅 $= 0.75$)のM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線はアスペクト比 $0.6 \sim 0.7$ で最小の強度を示した。また正方形箱形断面短柱に対するM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線も長方形箱形断面短柱と同様の傾向を示した。従って、M- $\bar{\epsilon}$ -P曲線を求める際にはアスペクト比 $\alpha = 0.7$ を用いる事とした。幅厚比 $b/t = 44$ 、長方形断面短柱(ウェブ幅/フランジ幅 $= 0.75$)に対するM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線を図4に示す。ここで P_y は全断面降伏軸力、 M_y は降伏モーメント、 $\bar{\epsilon}_y$ は降伏モーメント時の曲率である。解析に当たって、短柱要素の対称性から短柱要素全体の1/4を解析対象とした。構成板要素の最大初期たわみはフランジ幅の0.0025倍とし、圧縮残留応力は降伏応力の0.2倍とした。

4. 結論

一様圧縮板の強度は初期不整に大きく影響し、幅厚比が小さいほど程敏感である。また箱形断面全体を対象にして解析を行うことにより、応力勾配を有するウェブの挙動をも正確にとらえることができ、精度良く局部座圧を考慮したM- $\bar{\epsilon}$ -P曲線を求めることが出来る。

参考文献

- 1) 平佐美知ら, "鋼圧縮部材の逆成座圧挙動の解析的研究", 第39回年次学術講演会概要集, 1984.
- 2) Bradfield, C.D., "An Evaluation of The Elastic-Plastic Analyses of Steel Plates Loaded by Uniaxial In-Plane Compression", Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, No. 3, 1982, pp. 127-146