

早稲田大学理工学部 学生員 葉師寺 洋輔
早稲田大学理工学部 正員 依田 照彦
早稲田大学理工学部 学生員 桑 野 忠生

1. まえがき

アーチ構造物の幾何学的・材料的非線形問題は、一般に複雑であるとされている。そこで本論文では、変形を面内に限定し、理論を簡略化するとともに、マイクロコンピュータでも解析できる手法を用いて、構成則の折れ線近似の妥当性、初期不整の影響とカストロス理論との関連などについて論じる。

2. 解析方法

(1). 仮定

解析を簡単にするため、以下の仮定を用いる。

- 平面は保持される。(1次元部材と考える。)
- せん断力による変形を無視する。
- 除荷過程は考慮しない。
- 節点間を直線梁要素とする。
- 単一材料とする。

(2). 解析の流れ

伝達マトリクス法的に解くことにする。未知数を軸ひずみ(ε)、曲率(ϕ)とし、1-1番目まで
の値が求まったとすれば、1番目の未知数 ε_1, ϕ_1 は図1に示す手順で求められる。

(3). 境界条件

図2に示す方法により境界条件の適用を行なう。

(4). 本解析法の長所及び短所

i). 長所

- ① 構成則を自由に選べる。
- ② 片方の境界条件を仮定し、そこから解を伝達させて解くので、容量が少なくて済み、2元の連立非線形方程式を解けばよいことになり、マイクロコンピュータでも解析できる。

ii). 短所

- ① 図1、⑦の非線形方程式を解く際に、初期値の設定が難しい。
- ② 図2のループのくり返し回数が多い。

3. 解析モデル及び構成則

解析モデルを図3に、構成則を図4に示す。初期不整は γ で表わす。

4. 結果と考察

幾何学的非線形性については、図5に示す通りほぼ満足されるので、ここでは各種の構成則における荷重-変位曲線を検討する。

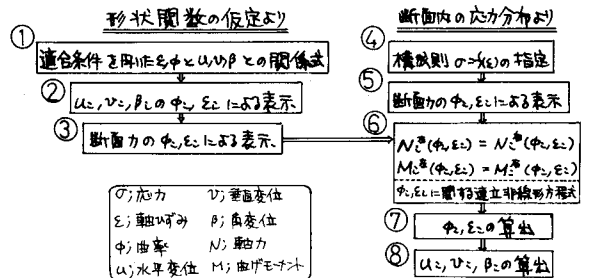


図1. ε, ϕ の算出

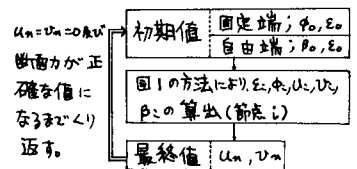


図2. 境界条件の適用(両端が移動(変位)の場合)

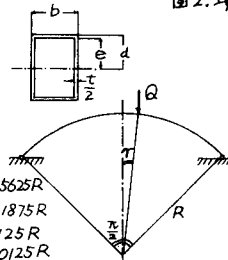


図3. 解析モデル

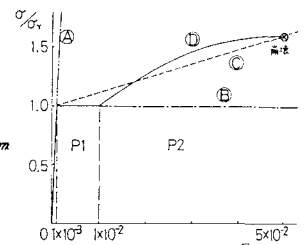


図4. 構成則

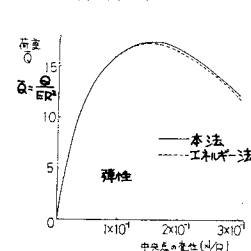


図5. 幾何学的非線形性の検証($\gamma = 0.001$, 材料モデルのみ)

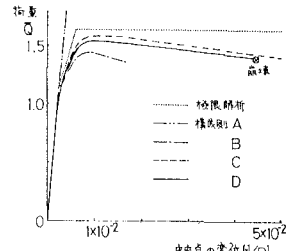


図6. 各種構成則における荷重-変位関係図($\gamma = 0.001$)

(1). 構成則の折れ線近似について (構成則⑨と⑩との比較)

初期不整のない場合には、図6に示す関係が得られる。又図4を参照すると、構成則⑨は構成則⑩の頂点と一致するように直線の傾きが決められており、ひずみの小さい所(P1)では構成則⑨の応力が大きく、ひずみの大きい所(P2)では逆の関係にあることがわかる。構造物の崩壊過程では、塑性域が一点に集中することはなく、塑性ヒンジのまわりには塑性域が広がっている。従って大部分の塑性ひずみ状態は図4において、領域P2よりも、領域P1にあることが予想され、構成則⑨のような折れ線近似を行くと、危険側になり得る。図6ではこの傾向が顕著に表われている。

(2). 極限解析法と構成則⑩を用いた場合との比較

極限解析法による荷重-変位曲線は同じ構成則を用いた場合(構成則⑩)とかなり異なっている。これは、極限解析法が次の前提に基づいているためと考えられる。

- ① 軸力の影響を無視している。(本解析の場合)
- ② 塑性域を一点に集中させて考えている。
- ③ 線形解析を用いている。

本解析では、変形が比較的小さい、材料的非線形性が、幾何学的非線形性に劣るため、②の影響が最も大きいと考えられる。このため実際よりも剛性が強くなって荷重-変位曲線は構成則⑩の曲線よりも上になり、構成則⑩の曲線に近づいていくと考えられる。

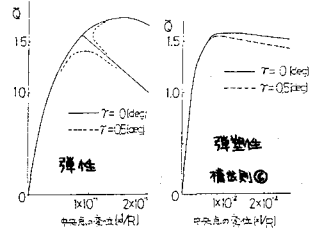


図7. 初期不整敏感性

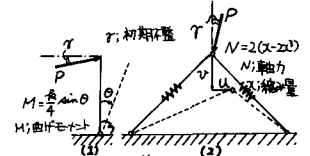


図8. 剛体・非線形バネモデル

5. 初期不整敏感性とカストロスー

(1). 弾性・弾塑性解析における初期不整の敏感性

図7を参照すると弾性解析の場合の座屈点は分岐(bifurcation point)、弾塑性解析の場合は屈限(limit point)となっている。一般に分岐は屈限に比べて初期不整の影響が大きいとされているが、本解析でもその特徴が表われている。

(2). 剛体・非線形バネモデルとカストロスー

i). 1 自由度モデル: 図8-(1)の1自由度モデルのポテンシャルエネルギー Π は、初期不整のない場合($\gamma=0$)

$$\Pi = -\frac{1}{2}kx^2 - (P - \frac{1}{2}kx)z + O(4) \quad (x = z - \frac{1}{2}z; \frac{1}{2}z: \text{座屈点における} z)$$

で表わされ、これはカストロスー理論により、折目のカストロスー($\Pi = a\tilde{x}^2 - (P - \frac{1}{2}ka)\tilde{x}$)に変換される。初期不整のある場合でも、同様な手順により、

$$\Pi = -0.816\tilde{x}^2 - (P - 0.263ka)\tilde{x} + O(4) \quad (\text{ただし } \gamma = 5[\text{deg}], \tilde{x} = z - 0.321)$$

となる。初期不整の有無によりポテンシャルエネルギーの形が変わらないということとは、初期不整は座標変換により吸収され、系の現象に定性的な差異を生じさせないことを示している。一方くさびのカストロスー($\Pi = a\tilde{x}^2 + a\tilde{x}^2 + b\tilde{x}$; $\tilde{x}$: 変位, a : 荷重, b : 初期不整)は式の中に初期不整を表す係数が入っていることにより定性的な差異を生じさせる。(図9: Euler Buckling 参照)

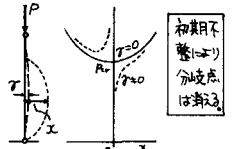


図9. くさびのカストロスー($\Pi = a\tilde{x}^2 + a\tilde{x}^2 + b\tilde{x}$)

ii). 2 自由度モデル: 図8-(2)の2自由度モデルについても1自由度モデルと同様に、系のポテンシャルエネルギー Π は、初期不整のない場合、

$$\Pi = -1.08\tilde{v}^2 - (P - 0.172)\tilde{v} + 1.09\tilde{u}^2 + 0.0004\tilde{u}^2\tilde{v} + O(4) \quad (\tilde{v} = v - 0.325, \tilde{u} = u; (u, v) = (0, 0.325) \text{ は座屈点})$$

となる。~~~~部を無視すれば、これは折目のカストロスーであり、 $\tilde{u}$ は座屈に関与しない変数であることもわかる。初期不整のある場合も、1自由度系の場合と同様に、同じ形になることは容易に想像される。

iii). 解析モデル(連続体)と2自由度モデル: 非保存系で、しかも連続体である解析モデル(1, ii)のようにカストロスーの基本形として、ポテンシャルエネルギーを表わすことはできないが、以下の理由により、同じ現象となっていることが考えられる。

- ① 本解析では、2. (1) iii) の仮定(除荷過程は考慮しない)を用いているので、ポテンシャルの計算が可能である。
- ② 解析モデルの挙動は図8のモデルで類推できる。

6. 結論

- (1). 本解析法は、マイクロコンピュータによるア・チの材料・幾何学的非線形問題に対し、有効である。
- (2). 構成則の折れ線近似は危険側にならないよう注意をしなければならぬ。
- (3). 折目のカストロスーは、初期不整が座屈点付近の定性的性質を変えないことを示すが、折目のカストロスーでは初期不整の敏感性は論じられない。